

Е.М. Хитрова

АКТУАРНЫЕ РАСЧЕТЫ В СТРАХОВАНИИ

Министерство образования и науки Российской Федерации
Байкальский государственный университет

Е.М. Хитрова

АКТУАРНЫЕ РАСЧЕТЫ В СТРАХОВАНИИ

Учебное пособие

Иркутск
Издательство БГУ
2015

УДК 368:519 (075.8)
ББК 65.9(2) 261.7я7
Х52

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Байкальского государственного университета

Рецензенты канд. экон. наук, проф. О.И. Русакова
канд. экон. наук, доц. Е.В. Агеева

Хитрова Е.М.
Х52 Актуарные расчеты : учеб. пособие / Е.М. Хитрова. – Иркутск :
Изд-во БГУ, 2015. – 118 с.

Содержит теоретические основы расчета страховых тарифов по базовым видам страхования, основные правила формирования страховых резервов, отражает некоторые особенности актуарных расчетов в операциях перестрахования. Материал пособия рассчитан на читателей, не имеющих специального математического образования.

Для студентов, магистрантов, аспирантов экономических специальностей.

УДК 368:519 (075.8)
ББК 65.9(2) 261.7я7

© Хитрова Е.М., 2015
© Издательство БГУ, 2015

Оглавление

Введение	4
1. Актуарные расчеты как инструмент формирования страхового фонда	6
1.1. Профессия – актуарий.....	6
1.2. Методология актуарных расчетов	13
1.3. Тариф и тарифная политика страховой организации.....	20
2. Основы финансовых и актуарных вычислений	25
2.1. Основы финансовой математики.....	25
2.2. Основы теории вероятностей в страховании	27
3. Методология построения тарифов по страхованию жизни	38
3.1. Основные показатели для расчета тарифов.....	38
3.2. Виды и типы договоров по страхованию жизни.....	42
3.3. Основные подходы к расчету тарифов по страхованию жизни	45
3.3.1. Единовременные тарифы по страхованию жизни	46
3.3.2. Тарифы при периодической уплате страховых взносов	50
3.3.3. Рентное страхование	56
3.4. Основы семейного страхования.....	59
4. Построение тарифов в видах страхования иных, чем страхование жизни	63
4.1. Методика построения тарифов в массовых рисковом видах страхования.....	63
4.2. Особенности расчета тарифов в добровольном медицинском страховании.....	72
5. Актуарные расчеты в перестраховании	76
5.1. Моделирование перестраховочной защиты и методы ее оптимизации	76
5.2. Актуарные расчеты при квотно-пропорциональном перестраховании	81
5.3. Определение величины собственного удержания при эксцедентном перестраховании.....	84
6. Страховые резервы	88
6.1. Страховые резервы по видам иным, чем страхование жизни	88
6.1.1. Резерв незаработанной премии.....	90
6.1.2. Резервы убытков.....	92
6.1.3. Стабилизационный резерв	97
6.2. Страховые резервы по страхованию жизни	101
6.2.1. Математический резерв при уплате единовременных взносов по страхованию жизни.....	106
6.2.2. Математический резерв при уплате периодических премий по страхованию жизни.....	107
Список рекомендуемой литературы	109
Приложения	111

Введение

Любая финансово-кредитная операция предполагает наличие ряда условий их выполнения, с которыми согласны участвующие стороны. К таким условиям относятся денежные суммы, временные параметры, процентные ставки и т.д. Каждая из перечисленных характеристик может быть представлена различными способами. В связи с множественностью параметров различных характеристик конечные результаты не всегда очевидны. Поэтому подобные системы являются объектом приложения количественного анализа.

Общепринятое название научного направления, изучающего применение математических методов и моделей в страховании – актуарная математика. Данное направление берет начало из далекого прошлого, но наиболее интенсивное развитие страховая математика получила в XX веке. За этот период были созданы различные математические методы, сформировалась международная система унифицированных обозначений для стандартных финансовых и страховых схем.

В последнее время активное развитие финансовой и страховой математики началось и в России. Основой для этого явилось развитие страхового рынка, появление в нем новых секторов и сегментов, развитие индустрии персональных компьютеров и внедрение информационных технологий. Все это создает дополнительный толчок для расширения сферы применения актуарной науки.

Цель данного пособия – формирование у будущих специалистов теоретических основ и практических навыков в области актуарных расчетов, которые являются неотъемлемой частью страховых отношений. В предлагаемом пособии рассматриваются основы актуарных расчетов по базовым отраслям и видам страхования.

Материал изложен в шести разделах.

В первом разделе рассматривается мировая эволюция актуарных расчетов, их суть и значение для развития страхового дела. Кроме того, концептуально изложены основные понятия, связанные с тарификацией страхового продукта, рассмотрена структура тарифа и основных его частей, перечислены принципы страховой политики.

Вторая часть посвящена понятиям, являющимися базовыми для актуарной теории. Подробно изложен основной инструментарий финансовой математики и теории вероятностей.

Третий и четвертый разделы посвящены методологии построения тарифов в страховании жизни и рискованных видах страхования. Рассмотрены основные подходы к расчету тарифов в зависимости от различных условий договора страхования, приведены формулы, которые используются страховщиками при расчете нетто-ставок по различным страховым продуктам.

В последнем, шестом разделе отражены некоторые особенности применения актуарных расчетов в перестраховании. На примере двух форм перестрахования рассматривается такой важный вопрос как определение величины собственного удержания.

Пятый раздел рассматривает основные правила формирования страховых резервов страховой организации, достаточность которых определяет ее финансовую устойчивость.

Необходимо отметить, что автор стремился изложить материал так, чтобы он был доступен и понятен лицам, которые не имеют специального математического образования. В связи с этим, некоторые наиболее сложные выводы и моменты были опущены или не объяснялись.

1. Актуарные расчеты как инструмент формирования страхового фонда

1.1. Профессия – актуарий

Темпы развития современной экономической науки таковы, что порой трудно уследить за изменениями, происходящими в ней. Все чаще появляются новые понятия и термины, в большинстве своем, иностранного происхождения. Часть их них вполне понятна и доступна широкому кругу, другая часть пока неизвестна и сложна для восприятия широкого круга читателей. К числу последних относятся понятие «актуарии» и его производные: «актуарная наука», «актуарная математика», «актуарные расчеты».

До сих пор в специальных изданиях можно встретить различные подходы к трактовке и определению сущности этих понятий. Одни специалисты определяют, актуарную математику и актуарные расчеты как некоторую область финансовой математики, другие выделяют их в отдельное направление науки.

Приведем несколько наиболее характерных определений этих понятий.

Актуарная математика – это теория расчетов, связанных с различными видами финансовых контрактов в условиях неопределенности и риска¹. Другие специалисты², определяют актуарную математику, как научное направление, изучающее применение математических методов и моделей в страховании. Известный специалист в области страхования В.В.Шахов определил актуарные расчеты, как процесс, в ходе которого устанавливаются расходы, необходимые на страховании данного объекта³.

В общем виде актуарные расчеты предполагают сравнение активов (направлений использования и размещения привлеченных средств) с пассивами (источниками образования привлеченных средств), всех видов форм заимствующих компаний, осуществляемое в целом или по отдельным статьям их баланса в условиях действия взаимных рисков с целью выявления степени соответствия или несоответствия заимствованных активов будущим обязательствами по их погашению, т.е. с целью установления платежеспособности заимствующих компаний⁴.

Страховые организации как раз и являются представителями заимствующих компаний, т.к. в процессе своей деятельности они аккумулируют страховые взносы и формируют страховой фонд с целью обеспечения страховых выплат страхователям.

Не обсуждая приведенные выше определения, дадим свою интерпретацию данного понятия, которой мы будем придерживаться в дальнейшем. Под

¹ Фалин Г.И. Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Анкил, 2002.

² URL: <http://ww/bmstu.ru/fn1/aktuar/vveden.htm>.

³ Шахов В.В. Страхование: учеб. для вузов. М.: Страховой полис: Юнити, 2000.

⁴ Симчера В.М. Финансовые и актуарные вычисления: учеб.-практ. пособие. М.: ИКЦ «Маркетинг», 2002. – 556 с.

актуарными расчетами будем понимать систему математических методов, позволяющих установить оптимальные отношения между страховщиком и страхователем. Оптимальность определяется тем, что для страхователя существовала бы мотивация к получению страховой услуги, а для страховщика предоставление этой услуги не было убыточно.

Таким образом, одним из важнейших областей применения актуарной математики является страхование, что является причиной того, что актуарную математику нередко называют страховой математикой.

Как известно, появление страховых отношений связано с развитием торговли и мореплавания. Именно утрата имущества торговцев и купцов, отправлявших свой товар для продажи в другие страны была объектом риска. Однако использование актуарных подходов было применено и к страхованию жизни.

Известно, что история возникновения профессии «актуарий», уходит корнями в древние века. В Древнем Риме так официально именовались лица, которые вели записи дебатов и решений Сената. Само происхождение термина «актуарий» до настоящего времени не определено, но, по-видимому, оно происходит от латинского «actuarius» – клерк, регистратор, держатель актов. Кстати сказать, в этом узком смысле понималась должность актуария, введенная в России Петром I в 1703 г.¹

В 1762 году было сформировано Общество справедливого страхования жизни и выживания. Актуарием был назван секретарь, главной задачей которого была регистрация контрактов, заключенных обществом. Помимо этого он отвечал за протоколы совещаний и приказы Совета директоров и общих собраний Общества, а также должен был вести учет поступлений и выплат, бухгалтерский учет Общества. В 1775 году на этот пост был назначен математик Вильям Морган. Он ограничил сферу своей деятельности приемлемых ставок страховых взносов и обеспечением финансовых операций общества. С тех пор название «актуарий» стало применяться в отношении лиц, выполнявших эту финансовую и математическую работу, а в начале XIX века впервые появляется в законодательстве Англии.

Описанию расчетов, явившихся основой актуарной математики, были посвящены труды таких ученых как англичанин Д. Граунт, голландец Ян де Витт, английский астроном и математик Эдмунд Галлей.

Д. Граунтом в 1662 году была опубликована работа «Естественные и политические наблюдения сделанные над бюллетенем смертности». Он первый обработал данные о смертности людей и построил статистические таблицы. Английский предприниматель Джеймс Додсон в 1663 году решил застраховать себя по договору страхования жизни. Однако по неясным причинам ему было отказано. Тогда он решил организовать собственное общество. Для получения статистической информации он собрал данные по различным лондонским

¹ Андреева Е.В., Хитрова Е.М. Роль актуариев в функционировании страхового рынка // Материалы 63-й ежегодной научно-практической конференции ППС, докторантов, аспирантов и студентов. Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2005.

кладбищам за год и применил статистические методы к расчету страховых премий. Так, страхование жизни впервые было основано на научном подходе.

В последующем актуарии впервые стали активно участвовать и в страховании других объектов и случаев: утрату имущества, судов, ответственности, потерю здоровья, последствия травмы и некоторых болезней и т.п. Следует отметить, что у этих видов страхования больше неопределенности и риска, что требует более серьезных и сложных подходов.

В России актуарная наука стала активно развиваться в конце XIX века. В начале XX века Санкт-Петербург был центром актуарной науки и лишь Первая мировая война помешала провести запланированный на 1915 год Всемирный конгресс актуариев в городе на Неве. В связи событиями 1917 г и национализацией всех страховых компаний необходимость в актуарной профессии просто отпала.

Сейчас в мире к актуариям относят тех, кто прошел необходимую университетскую или иную подготовку, сдал экзамены и формально принадлежит к той или иной национальной организации актуариев (например, Институту актуариев в Великобритании, Японии, Австралии, Обществу актуариев – в США, Канаде, Германии, Ассоциации актуариев – в Дании, Финляндии, Франции и т.д.) В 1895 г. национальные общества Бельгии, Франции, Германии, Великобритании и США организовали Международную Ассоциацию Актуариев (IAA). По международным меркам актуарий – это человек, который обладает определенной квалификацией для оценки рисков и вероятностей и который применяет свои умения к проблемам бизнеса и финансов, особенно к таким областям деятельности, как страхование и демография, связанными со случайными событиями¹.

С начала 90-х годов, в связи с возникновением и развитием у нас в стране негосударственного страхования, появилась реальная потребность в специалистах – актуариях. В эту сферу деятельности пришли высококвалифицированные математики, которые не только освоили существующие методы, но и попытались адаптировать знания и опыт, накопленные зарубежными специалистами по актуарным расчетам к российским реалиям.

Необходимость такой адаптации возникла вследствие появления в начале 90-х годов первых Негосударственных пенсионных фондов (НПФ). Подобные учреждения столкнулись с применением, так называемых страховых солидарных схем, где эквивалентность пенсионных резервов и обязательств достигается не для каждого в отдельности, а для всей совокупности участников. С финансовой точки зрения деятельность НПФ представляет собой инвестиционный процесс, при котором работающий участник фонда отчисляет часть заработной платы, которая накапливается и инвестируется, образуя к моменту выхода участника на пенсию резерв для достаточно длинного (или пожизненного) пенсионного обеспечения. Таким образом, пенсионный фонд соче-

¹ Андреева Е.В., Хитрова Е.М. Роль актуариев в функционировании страхового рынка.

тает черты, как коллективного инвестиционного учреждения, так и страховой компании. Однако имеется и ряд особенностей, связанных в первую очередь с исключительно долговременным характером пенсионных договоров. Стандартные методы финансового аудита, призванные определить степень платежеспособности фонда, оказываются здесь уже неприменимыми. Их место занимают актуарные расчёты. В большинстве стран мира законодательство предписывает производить регулярное независимое актуарное оценивание фондов. Раскрытие информации о результатах такого оценивания значительно ограничивает возможности злоупотреблений и мошенничества по отношению к участникам. В экономически развитых странах, таких, как США, Канада, Великобритания и др. актуарное оценивание наряду с аудиторской проверкой является основой финансовой отчётности пенсионных фондов.

Во многих странах актуарии также активно действуют в банковской сфере, в области финансов и инвестиций, будь то управление инвестиционным портфелем, исследование и техническое управление фондами и брокерами фондовой биржи, измерение и мониторинг инвестиционного исполнения.

В целях создания единых принципов государственного страхового надзора на территории Российской Федерации обусловлена необходимость распространения его на всю систему органов и организаций, деятельность которых связана с осуществлением различных форм страховой защиты имущественных интересов граждан, организаций и государства, – на страховые организации, иных профессиональных участников страхового рынка (страховых посредников, общества взаимного страхования, страховых актуариев, страховые пулы и т.д.), осуществляющих коммерческое страхование, медико-социальное страхование, негосударственное пенсионное обеспечение.

Провозглашенные принципы нашли свое законодательное подтверждение после внесения поправок в ФЗ «Об организации страхового дела в Российской Федерации» в декабре 2003 г. (см. Закон РФ № 172-ФЗ от 10.12.03 г.). В частности, в законе были определены участники страховых отношений и, самое главное, субъекты страхового дела, к которым были отнесены и страховые актуарии. Законом было введено требование о необходимости актуарного аудита деятельности страховых организаций, а точнее актуарной оценки принятых страховых обязательств. Такое оценивание должно было происходить, начиная с 2006 г. и сразу вызвало интерес и озабоченность со стороны страховых организаций. Однако на практике механизм подобной деятельности так и не был предложен законодателем, и данная норма осталась исключительно на бумаге. Проблема заключалась в том, что законодатель не прописал механизм осуществления данного оценивания. Не были определены основные участники данного процесса, их права и обязанности, а также не были разработаны положения об ответственности данной деятельности. Очень скоро стало понятно, что актуарная деятельность, от которой, по сути, зависит устойчивость страхового рынка, нуждается в специальном законодательстве.

В ноябре 2013 года, после долгих лет ожиданий, большого количества прений и обсуждений вышел федеральный закон № 293 «Об актуарной деятельности в Российской Федерации». Его разработка была определена необходимостью усиления государственного контроля деятельности организаций, оказывающих услуги по страхованию. Подобного рода законодательные решения активно обсуждались на протяжении 10 лет, что свидетельствовало о важности вопроса государственного регулирования страхового рынка.

Один из важных моментов в деятельности любой страховой организации – контроль ее платежеспособности. Как сам страховщик, так и государство в лице органа, контролирующего его работу, заинтересовано в том, чтобы оценка обязательств компании, определение параметров страховой и перестраховочной защиты были корректны в части законодательства и адекватны ситуации на рынке. Это касается вопросов расчета страховых тарифов, определения доли собственного удержания, формирования страховых резервов, оптимального страхового и инвестиционного портфеля. Подобного рода знаниями обладает актуарий – специалист, чья деятельность является важнейшей для страховой организации. В кругах страховщиков бытует притча, о том, что если агента, андеррайтера и актуария посадить в одну машину, то агент давит на газ, андеррайтер на тормоз, а актуарий смотрит назад и говорит им куда ехать. Этим высказыванием очень емко объясняется значение актуария для деятельности страховой организации. Активное расширение сферы применения актуарных расчетов обусловлено действием ряда факторов, заставляющих уделять актуарной деятельности все больше внимания. В числе таких факторов можно отметить необходимость оценки величины страховых резервов и эффективности их инвестирования, оценку финансовой устойчивости и платежеспособности компании (такие сведения входят в число отчетных и контролируются органом государственного надзора), появление в той или иной мере конкуренции в борьбе за рынок, довольно устойчивая тенденция роста уровня страховых выплат, накопление страховой статистики, укрупнение и экономический рост компаний и, соответственно, возможность расходовать больше средств на аналитическую работу¹. Деятельность актуария становится все больше востребованной в других отраслях экономики, там, где принятие решений связано со случайными процессами, рисками и неопределенностью. Услуги актуариев используются в пенсионных и инвестиционных фондах, банках, организациях и учреждениях системы здравоохранения и социального страхования. Такое широкое применение их деятельности требует регулирования со стороны государства.

Современный актуарий выполняет, по сути, роль риск-менеджера страховой компании, защищая потребителей от приобретения страховых услуг сомнительного качества или услуг, которые не подтверждены финансовыми возможностями страховщика. Такие функции выдвигают представителей этой профессии в авангард страхового дела, делают их работу крайне насущной в контексте

¹ Роль актуариев в страховой компании. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iaac.ru/magazine/detail.php> (дата обращения 15.10.2014).

современного рынка страхования. Представители актуарной профессии признаны во всем мире в качестве основного игрока в принятии решений. Актуарный процесс в индустрии финансовых услуг, в сфере социальной защиты и в сфере управление риском способствует благосостоянию общества в целом.

Широкий спектр обязанностей актуария и увеличение потребителей его услуг послужили необходимости создания профессиональных организаций актуариев. Первые из них образуются в Великобритании: институт актуариев в Лондоне (1848 г.) и факультет актуариев в Эдинбурге (1856 г.). Позже профессиональные общества актуариев появились в других странах – в Германии в 1927 г, во Франции в 1929 г, в США в 1830 г. Тогда же возникло и понимание важности государственных актов о страховании, пенсионном обеспечении, регулирующих и упорядочивающих данную сферу общественных отношений¹. В настоящее время мировое актуарное сообщество представлено специалистами, объединенными, как правило, в профессиональные организации и работающими в различных сферах экономики: страховании, пенсионном и социальном обеспечении, здравоохранении, управлении рисками². Европейская актуарная академия (ЕАА) создана в 2005 году профессиональными ассоциациями Германии, Швейцарии, Австрии и Нидерландов. Миссия ЕАА заключается в содействии повышению профессионализма актуариев Европы, в первую очередь Центральной и Восточной. Профессиональные актуарные ассоциации устанавливают требования и перечень экзаменов для получения профессии. Они же проводят квалификационные экзамены. Выучиться на актуария можно и в университете (как правило, по тем же программам), но для того, чтобы стать полноправным членом профессиональной организации нужно дополнительно сдать экзамены в ассоциации. В ряде стран – в Италии, Финляндии, Греции – квалификационные экзамены находятся под контролем государства. В некоторых – Австрии, Испании, Дании, Португалии – достаточно университетского диплома об актуарном образовании³.

Начало возрождения в России профессии актуария связано с ликвидацией монополии государства в сфере страхования. В 1994 г. по инициативе ведущих российских ученых и практиков страхового дела было создано Общество актуариев. В качестве его уставной деятельности была определена постановка серьезной современной системы актуарного образования и формирования соответствующей инфраструктуры актуарной науки и практики⁴. Немного позднее в 2002 г. на базе Общества была создана Российская Гильдия Актуариев в виде

¹ Акопов А.С., Котляров О.Л. Система регулирования актуарной деятельности: опыт Великобритании // Пенсионное обозрение. 2014. № 1(17). [Электронный ресурс]. URL: <http://pensionobserver.ru/> (дата обращения 15.10.2014).

² Майорова Т. Актуарии в системе надзора. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.actuaries.ru/magazine/detail.php> (дата обращения 20.10.2014).

³ Котлобовский И. Актуарии вновь актуальны // «Экономические стратегии», №2-2004, С. 68–71. [Электронный ресурс]. URL: http://www.inesnet.ru/magazine/mag_archive/free/2004_02/kotlobovsky.htm (дата обращения 30.10.2014).

⁴ История актуарных расчетов в России. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.actuaries.ru/about/detail.php> (дата обращения 21.10.2014).

некоммерческого партнерства, деятельность которой была направлена на представление профессии актуарий на государственный уровень. В 2008 г. Гильдия стала действительным членом Международной актуарной ассоциации (International Actuarial Association – IAA). Основные задачи, на которые направлена работа Гильдии, сводятся к формированию кодекса профессиональной этики актуариев, разработки системы квалификации и аттестации актуариев, участие в подготовке законодательных актов, регулирующих документов по страхованию, государственному и негосударственному пенсионному обеспечению, социальному страхованию.

В разных странах сложились различные модели регулирования актуарной деятельности. Выбор модели обусловлен значительным числом факторов, среди которых главными выступают такие как уровень проникновения профессии актуарий в экономику страны, число страховых организаций, уровень развития страхового рынка, а также стремления государства взять под контроль финансовую устойчивость и платежеспособность страховых организаций. В этой связи в мире существуют два типа моделей: модель ответственного актуария и двухактуарная модель. Принципиальное отличие этих подходов в регулировании актуарной деятельности заключается в следующем. В модели ответственного актуария основная ответственность возлагается на самого актуария, при условии жестких условий отбора на эту должность. Такая модель в частности применяется в Канаде. Другой подход подчеркивает важность прямого надзора, а актуарий выступает лишь в качестве консультанта и посредника между надзорным органом и страховой организацией. При этом неважно, будет ли актуарий состоять в штате компании или являться внешним консультантом. Пользователи этой модели считают, что применение системы ответственного актуария сужает полномочия надзора, в то время как рынку необходим жесткий контроль и проверка не только финансовой отчетности страховщиков, но и внимательная оценка актуарных систем, изучение внутренних баз данных, тестирование разработанных актуариями методик на конкретных примерах¹. Возможность существования актуариев как в надзорном органе, так и в компании и дало название модели – двухактуарная. Такую модель используют в Испании и Франции.

Родоначальница актуарного дела Великобритания использует некий симбиоз этих моделей. Система регулирования актуарной деятельности представляет собой двухступенчатую модель: профессиональная саморегулируемая организация (СРО), действующая при постоянном надзоре со стороны органа-регулятора. В качестве СРО выступает Институт и факультет актуариев, а государственный орган-регулятор – Совет по финансовой отчетности. Подобная модель регулирования актуарной деятельности используется в США и Австралии.

Федеральный Закон № 293 от 02.11.2013 «Об актуарной деятельности в России» по сути, в основе предписывает принять двухступенчатую модель регулирования. В качестве субъектов актуарной деятельности выступают актуа-

¹ Роль актуариев в страховой компании. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iaac.ru/magazine/detail.php> (дата обращения 15.10.2014).

рий и ответственный актуарий, которые обязаны быть членами саморегулируемой организации, а надзорный уполномоченный орган (УО) представляет Банк России. В целях координации деятельности СРО при УО формируется Совет по актуарной деятельности (САД), который определяет направления и перспективы развития актуарной деятельности в России. Концептуальная схема регулирования актуарной деятельности представлена на рис. 1.1. Основные функции, права и обязанности участников отношений в рамках Закона представлены в табл. 1.1.

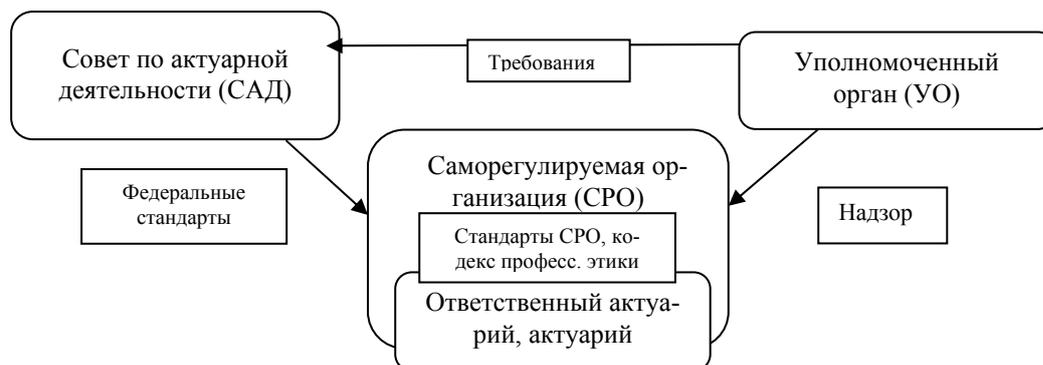


Рис. 1. Концептуальная схема регулирования актуарной деятельности в России

В соответствии с требованиями Закона (ст. 17) Банк России в марте 2014 г. утвердил список лиц, сведения о которых подлежат внесению в единый реестр ответственных актуариев без проведения аттестации. Из 132 человек был сформирован список, состоящий из 40 лиц. В августе 2014 г. приказом Банка России был сформирован Совет по актуарной деятельности в составе 23 членов, представляющих Гильдию актуариев и Ассоциацию профессиональных актуариев, которые в ближайшем будущем претендуют на роль СРО, научную и педагогическую общественность, Минфин и ЦБ. Основное направление деятельности САД на ближайшую перспективу – разработка и формирование стандартов актуарной деятельности в соответствии с Указанием Банка России «О требованиях к стандартам и правилам саморегулируемых организаций актуариев, кодексу профессиональной этики». Стандарты и правила должны быть разработаны с учетом видов деятельности объектов обязательного актуарного оценивания. При необходимости внесения изменений в стандарт или правило такие стандарт или правило утверждаются в новой редакции. Кодекс должен включать в себя положения, обеспечивающие применение принципов профессиональной этики, профессионального поведения членов СРО. Это касается взаимодействия с заказчиками и иными заинтересованными лицами при осуще-

ствлении актуарной деятельности, органами управления СРО, ее структурными подразделениями, а также другими членами СРО¹.

Таблица 1

Функции, права и обязанности участников отношений*

Участники отношений в рамках Закона	Выполняемые функции, права и обязанности
Уполномоченный орган	устанавливает требования к стандартам и правилам ведения актуарной деятельности, кодексу профессиональной этики, квалификации ответственного актуария, проведению аттестации ответственного актуария, программам и порядку проведения экзамена для актуариев
Совет по актуарной деятельности	формирует предложения по развитию актуарной деятельности, разрабатывает федеральные стандарты, осуществляет взаимодействие по вопросам актуарной деятельности с научными организациями, образовательными организациями, международными профессиональными организациями актуариев
Саморегулируемая организация	имеет в составе не менее 50-ти членов, разрабатывает стандарты СРО и кодекс профессиональной деятельности для своих членов, проводит аттестацию ответственных актуариев и актуариев, разрабатывает программы повышения квалификации членов СРО
Ответственный актуарий	имеет высшее математическое (техническое) или экономическое образование, опыт работы в актуарной области не менее 3 лет из 5 последних, является аттестованным саморегулируемой организацией актуариев
Актуарий	имеет высшее математическое (техническое) или экономическое образование, является членом саморегулируемой организации актуариев

Таким образом, можно констатировать, что актуарная профессия за 20 лет своего существования в постсоветской России обрела четкие контуры и вышла на государственный уровень. Как свидетельствует международный опыт, деятельность актуария не ограничивается сферой страхования и смежными с ним областями. Поскольку совершение сделок финансового характера, где обязательства сторон носят вероятностный характер, имеет место быть не только в страховании, то перспективными направлениями деятельности актуария являются банковская сфера, инвестиционные компании, организации государственной системы здравоохранения и социальной защиты. Приходится констатировать и то, что малый и средний бизнес пока недостаточно профессионально оценивает свои риски и правильно их защищает [5]. Поэтому актуарная деятельность выполняет и социальную роль, поскольку правильно подобранная защита хозяйствующего субъекта обеспечивает уверенность в завтрашнем дне. Как говорил один английский актуарий: «Если актуарий только актуарий, то это не актуарий», поэтому у данной профессии в России большое будущее.

¹ Указание Банка России от 25 сентября 2014 г. № 3392-У «О требованиях к стандартам и правилам саморегулируемых организаций актуариев, кодексу профессиональной этики». [Электронный ресурс]. URL: <http://www.garant.ru/hotlaw/federal/579861> (дата обращения 29.10.2014).

1.2. Методология актуарных расчетов

Практика страхового дела предполагает ряд особенностей, отличающих ее от других подобных операций финансового характера. Наиболее характерными из них являются:

- случайный характер страхового события;
- колебания в страховых платежах предъявляемых к уплате в течение длительного периода времени;
- вычисление себестоимости страховой услуги относительно всей страховой совокупности, а не отдельного договора;
- определение резервов страховщика, находящихся непосредственно в его распоряжении, и необходимых для финансовой устойчивости страховой компании;
- анализ тенденций изменений экономических показателей, используемых при расчетах обязательств сторон;
- возможность наличия частичного ущерба вследствие страхового случая, что требует его распределения во времени и пространстве

В работе любого страховщика, как было показано выше, актуарные расчеты занимают центральное место. От этого зависит его финансовое состояние и устойчивость на рынке.

Как всякий товар страховая услуга имеет две стоимости:

- *потребительскую* стоимость, которая выражается в обеспечении страховой защиты через страховое покрытие;
- стоимость, выражающуюся в цене страховой услуги¹.

Актуарные расчеты имеют отношение ко второму типу стоимости, т.е. определяют себестоимость и стоимость страховой услуги оказываемой страховщиком страхователю.

Страховые взносы, вносимые страхователями, образуют страховой фонд страховщика. С помощью актуарных расчетов определяется доля участия каждого страхователя в создании страхового фонда.

Определение расходов, необходимых для страхования данного объекта – один из наиболее сложных и ответственных моментов в деятельности страховщика. Форма, в которой исчислены расходы на проведение страхования, называется *страховой* или *актуарной калькуляцией*.

Важнейшая задача, которую выполняет актуарная калькуляция – это определение структуры страхового тарифа. Она позволяет вычислить себестоимость услуги, оказываемой страховщиком и проанализировать причины получения конкретных экономических результатов в деятельности страховщика.

Стандартные требования к национальной актуарной подготовке выработаны Международной актуарной ассоциацией (IAA). В некоторых странах требования к подготовке актуариев сложились исторически и связаны со спецификой национального страхового рынка. Например, поскольку решения, связан-

¹ Страхование: учебник / под ред. ред. Т.А. Федорова. М.: Экономистъ, 2007.

ные со страхованием жизни и с пенсионными накоплениями, в значительной степени принимались самими страхователями – физическими лицами (в Германии ответственность за такие решения в большей степени лежала на работодателе), в Великобритании еще с XIX века существовал широкий рынок консультационных актуарных услуг. Он определял и требования к подготовке таких консультантов – умение рассчитывать в ограниченное время аннуитеты, договоры страхования жизни и пр. Известная консервативность проявляется в том, что и по сей день в число обязательных требований к любому британскому актуарию включаются те, которые предъявлялись и более 100 лет назад.

С развитием массового имущественного страхования (в основном автомобильного) появилась необходимость рассчитывать тарифы в существенно другой, более сложной, постановке проблемы: случайный характер выплат, многократные выплаты по полису, а, следовательно, более сложная процедура расчета тарифов и резервов.

Один из фундаментальных принципов страхования состоит в том, что риски многих страхователей передаются страховщику в обмен на фиксированные страховые премии. Для страхователя (клиента) это означает, что случайные, подчас весьма значительные финансовые потери заменяются фиксированными и много меньшими по размеру расходами – страховыми премиями. Для него решение о необходимости страхования сводится к вопросу о приемлемости величины страховой премии в отношении возможного ущерба.

Для страховщика (страховой компании) возникает более сложная задача. В виду того, что он формирует страховой портфель по множеству договоров, его задача сводится к проблеме сбалансированности двух величин: величины устанавливаемого им страхового тарифа и величины совокупных потерь, которые ему придется возместить. Это порождает необходимость решения целого комплекса вопросов. Если речь идет о страховании жизни, следует учитывать демографические факторы, социально-экономическое положение различных групп населения. В случае имущественного страхования исследуются факторы, которые могут влиять на наступление и размер потерь. Особую роль играет учет таких неопределенностей как инфляция, дефолт, рыночная конкуренция страховщиков. Кроме того, актуарий должен принимать во внимание требования страховых надзорных органов.

Риски, принимаемые на страхование не одинаковы по своей вероятности наступления, величине ущерба, поэтому страховая премия каждого страхователя должна быть пропорциональна тому риску, от которого он защищается. Следовательно, одна из задач актуария, который разрабатывает новый тариф, заключается в том, чтобы разделить страхователей на однородные классы и установить размер страховой премии для каждого такого класса. Т.е., другими словами, построить тарификационную систему.

Расчет страховых тарифов – только одна из задач, входящих в круг обязанностей современного актуария. К числу других можно отнести математическое обоснование необходимых расходов на ведение дела, прогнозирование

тенденций их развития, оценка прогнозной потребности в перестраховании по сформированному страховому портфелю, математическое обоснование необходимых резервных фондов страховщика, предложения конкретных методов и источников их формирования, построение оптимального инвестиционного портфеля страховщика. В целом основная функция актуария в деятельности современной страховой компании заключается в способности разработать рекомендации по поддержанию платежеспособности компании на уровне, достаточном для обеспечения гарантии выполнения взятых на себя обязательств к любому моменту времени. Самого актуария можно охарактеризовать следующим образом: это профессионал, подготовленный в области вероятностных методов и случайных процессов, использующий математические методы для постановки, анализа и решения сложных задач в области бизнеса, финансов и социальной сферы, оценивающий индивидуальные и корпоративные риски и вырабатывающий обоснованные финансовые и страховые схемы. Во все времена существования этой профессии ее сущность отождествлялась с экспертизой рисков и неопределенностей в страховании, в наше время ввиду глубокого взаимопроникновения страхования и финансов она во все большей степени наполняется компонентой эксперта по финансовой безопасности. Так, после ряда кризисов (например, банкротство Vehicle & General в Великобритании в 1960-е годы) значительное внимание стало уделяться актуарным расчетам, связанным со страховым регулированием. К сегодняшнему дню анализ различных сценариев поведения рынка, проводящийся с использованием имитационного моделирования, развился в самостоятельную сферу применения актуарных знаний – так называемый «Динамический финансовый анализ» (DFA), элементы которого все более плотно входят в стандартную процедуру ежегодной отчетности в США и в ЕС.

Следующий этап – рост требований к знаниям актуария в инвестиционной сфере – начался в связи с участием пенсионных фондов и страховщиков жизни в размещении собранных ими средств на финансовых рынках. Если страховщик путем размещения акций привлекает капитал, он также вынужден обращаться к специалистам, имеющим соответствующую подготовку. С учетом этого Общество актуариев США ввело новые, расширенные, требования и разработало новый базовый учебник – «Финансовая экономика: применения к инвестированию, страхованию и пенсионным фондам». Возглавлял коллектив авторов нынешний президент Общества актуариев США Г.Панджер.

Наконец, вспомним об актуариях, специализирующихся на перестраховании (заметив, что прямой страховщик также заинтересован в профессиональной квалификации своего актуария, который может аргументировано обсуждать с представителем перестраховщика его тарифы); об актуариях, собирающих и обрабатывающих страховую статистику – создание адекватных таблиц смертности, даже при наличии первичной статистики, требует специальных навыков и знаний; об актуариях, участвующих в страховом регулировании и надзоре.

Известно, что суммы знаний актуариев, специализирующихся на страховании жизни и на страховании видов иных, чем страхование жизни, существенно различаются. В связи с этим отметим возможности использования профессиональных навыков актуариев в различных финансовых и страховых институтах в соответствии с законодательством России.

Ст. 3 Закона «О негосударственных пенсионных фондах» определяет понятие независимого актуария как «юридическое лицо, ... осуществляющее актуарное оценивание принятых фондом обязательств, порядка формирования пенсионных резервов, аккумулирования пенсионных взносов и выплат негосударственных пенсий и выкупных сумм, а также актуарное оценивание инвестиционной политики фондов и управляющих». Текст Закона также требуется обязательное проведение актуарных расчетов и наличие методики их осуществления.

Любому российскому страховщику известны до сих пор не утихающие перипетии с принятием законодательства о страховании гражданской ответственности в автостраховании. Зарубежный опыт свидетельствует, что привлечение актуариев для корректировки и выработки удачного страхового законодательства оправдано и необходимо. Так, в начале 70-х годов XX в. в Бельгии было принято законодательство о страховании гражданской ответственности автомобилистов. Введенная под руководством известного актуария Ж. Лемера система бонус-малус, использующая математическое моделирование, стала одним из средств рыночной конкуренции и обеспечила сбор страховых премий в оптимальных масштабах.

Таким образом, актуарные расчеты занимают центральное место в Работе любого страховщика и призваны решать следующие задачи:¹

- исследование и группировка рисков в рамках страховой совокупности, т.е. выполнение требования научной классификации рисков с целью создания гомогенной подсовокупности в рамках общей страховой совокупности;
- исчисление математической вероятности наступления страхового случая, определение частоты и степени тяжести последствий причинения ущерба, как в отдельных рискованных группах, так и в целом по страховой совокупности;
- математическое обоснование необходимых расходов на ведение дела страховщиком и прогнозирование тенденций их развития;
- математическое обоснование необходимых резервных фондов страховщика, предложение конкретных методов и источников их формирования.

Проблемы методологии выполнения актуарных расчетов определяются множественностью видов страхования, которые в большинстве случаев проводит страховщик. Эти виды различны по содержанию и характеру и требуют адекватного математического измерения взятых по договорам обязательств.

Классификация актуарных расчетов возможна по нескольким признакам (рис.1).

По времени составления они делятся на отчетные, плановые и последующие. Отчетные расчеты – это те, которые осуществляются по отчетным дан-

¹ Шахов В. В. Страхование: учеб. для вузов. М.: Страховой полис: Юнити, 2000.

ным по уже совершенным операциям страховщика. Плановые расчеты производятся при введении нового вида страхования, когда отсутствуют достоверные наблюдения риска. В этом случае используются результаты актуарных расчетов по аналогичным по содержанию видам страхования, которые уже апробированы на практике. По истечении определенного срока (как правило, не менее 3-х лет) полученные статистические данные по новому риску анализируются, и в плановые актуарные расчеты вносятся соответствующие коррективы. Последующие расчеты – это откорректированные плановые расчеты по истечении трех-четырёх лет учета и анализа статистических данных.

По иерархическому уровню актуарные расчеты классифицируют на общие, предназначенные для всей территории Российской Федерации, региональные, то есть произведенные для отдельных регионов (республик, областей, краев, городов) и индивидуальные – выполненные для конкретной страховой организации.

Еще одним критерием классификации может служить *методологический подход*. С точки зрения использования актуарных расчетов их принято делить на расчеты в страховании жизни и расчеты в видах иных, чем страхование жизни (рисковые виды). Такое деление обосновано особенностями видов страхования, о которых речь пойдет ниже.

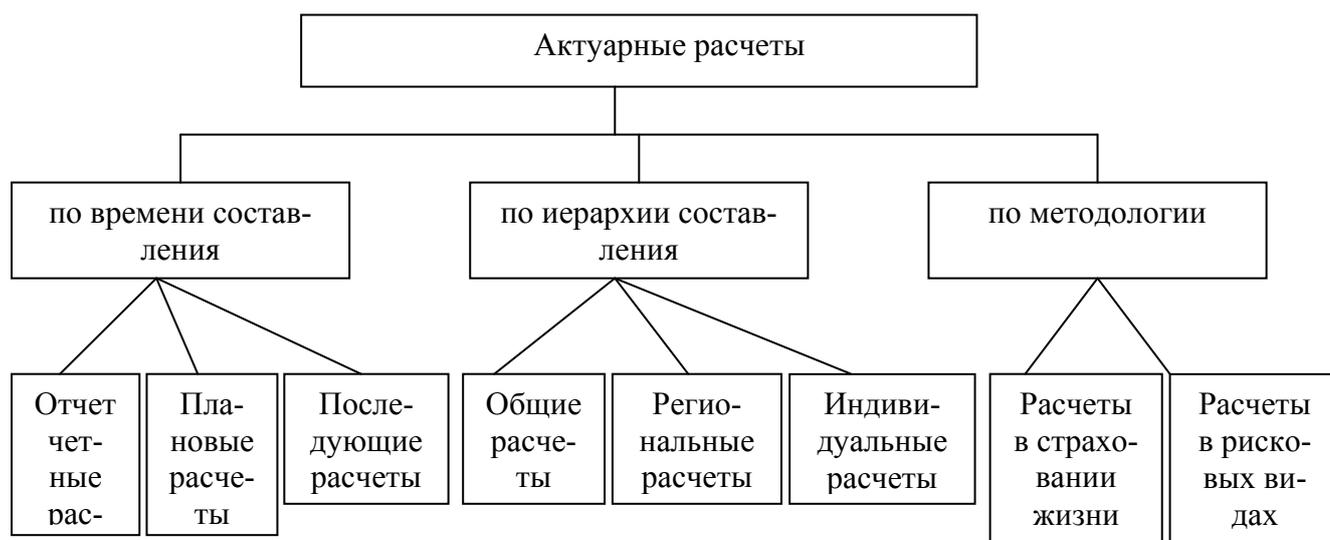


Рис. 1. Классификация актуарных расчетов

Итак, различные виды актуарных расчетов представляют собой систему математических и статистических закономерностей, регламентирующих взаимоотношения между страховщиком и страхователем. Это, прежде всего, механизм формирования и расходования страхового фонда в долгосрочных страховых операциях, методика расчета тарифов по любому виду страхования, а также инструмент определения доли участия каждого страхователя в формировании страхового фонда.

1.3. Тариф и тарифная политика страховой организации

В процессе страховых отношений происходит купля – продажа специфического товара – страховой услуги. Как и любой товар, страховая услуга имеет две стоимости¹:

- потребительская стоимость выражается в обеспечении гарантии страховой защиты через страховое покрытие;
- стоимость выражается в цене страховой услуги через страховой тариф и далее через страховой взнос.

Страховой тариф – ставка страховой премии с единицы страховой суммы или объекта страхования, либо процентная ставка от страховой суммы².

В общем виде страховой тариф представляет собой критерий страхового фонда страховщика, позволяющей ему безубыточно проводить страховые операции. Рассчитанные тарифы являются своеобразным ограничителем объема ответственности страховщика.

Если тарифы рассчитаны верно и научно обоснованы, то это позволяет страховщику решить сразу несколько задач:

- обеспечить минимальный размер тарифа, доступной для широкого круга потребителя страховой услуги;
- обеспечить значительный объем страховой ответственности;
- обеспечить финансовую устойчивость собственных страховых операций;
- обеспечить оптимальный размер страхового фонда, что является необходимым условием развития страховых операций.

В практике страхования тариф страховщика называется *брутто-ставкой*. Другими словами брутто-ставка – это размер платы страхователя за покупаемую страховую услугу.

Структура брутто-ставки представляет собой сочетание двух элементов: *нетто-ставки и страховой нагрузки*.

Нетто-ставка представляет собой цену страхового риска, принимаемого страховщиком. На момент калькуляции тарифа величина ущерба не определена. Страховщик может только предполагать предполагаемую величину ущерба и, основываясь на этом, делать обоснованные расчеты.

Ожидаемая величина ущерба может быть основана на статистических данных за прошедшие периоды страхования. Зная данные об ущербах за прошлый период можно рассчитать их частоту и определить среднюю величину ущерба, то есть вероятность наступления ущерба и его ожидаемое значение. Такое значение в практике актуария будет представлено числовой характеристикой случайной величины – математическим ожиданием. Однако нельзя с высокой точностью утверждать, что значение ущерба будет равно полученному математическому ожиданию. Ведь страховой случай имеет вероятностный характер, так же как и величина ущерба, им вызванная. В связи с этим в структу-

¹ Страхование: учебник / под ред. ред. Т.А. Федорова. М.: Экономистъ, 2007.

² Гвозденко А.А. Основы страхования: учебник. М.: Финансы и статистика, 2001.

ре нетто-ставки должна быть сделана поправка, которая бы финансировала возможные отклонения от ожидаемого ущерба. Такая поправка называется страховой надбавкой и описывается еще одной числовой характеристикой случайной величины – дисперсией. Подробнее числовые характеристики случайных величин будут рассмотрены в главе 2 данного пособия.

Таким образом, нетто-ставка предназначена для формирования той части страхового фонда, которая используется только для страховых выплат страхователям для погашения ущерба, то есть для выполнения финансовых обязательств страховщика по договорам страхования¹.

В зависимости от вида страхования различается структура нетто-ставки. Если договор страхования включает в себя несколько видов страховой ответственности, то совокупная нетто-ставка может состоять из нескольких частей, представляющих собой плату за риск по различным видам страхования. Поэтому расчет нетто-ставки это самая важная задача в обосновании страхового тарифа.

Уменьшение риска ошибок при обосновании нетто-ставки связано с проблемой репрезентативности статистической информации. Достаточность информации об ущербе обеспечивает возможность определения факторов риска, которые влияют на его закономерность. Среди этих факторов выделяются главные, в наибольшей степени влияющие на величину ущерба. Эти факторы называют *тарифными* или *тарификационными*.

Таким образом, теория калькуляции нетто-премии основана на предпосылке наличия информации о случайной закономерности калькулируемого риска и основных характеристиках этой закономерности – частоте и величине ущерба.

Вторая составляющая страхового тарифа – *страховая нагрузка* также имеет свою структуру. Ее назначение состоит в компенсации расходов страховщика и получении определенной прибыли от страховой деятельности. Структура страховой надбавки состоит из трех элементов:

- расходы на ведение дела;
- расходы на превентивные мероприятия;
- плановая прибыль страховщика.

Расходы на ведение дела (РВД) – это расходы страховщика связанные с обеспечением деятельности страховой компании, как хозяйствующего субъекта. Они включают в себя:

- административные расходы – это расходы по обеспечению функционирования страховой компании (заработная плата сотрудников, аренда помещения, оплата коммунальных услуг и т.д.);
- аквизиционные расходы – это расходы, связанные с затратами на продвижение страхового продукта (оплата комиссионных страховым посредникам, стоимость обработки статистических данных, стоимость изготовления, оформления и регистрации полисов, оплата консультаций, рекламы и т.д.);

¹ Основы страховой деятельности: учебник / под ред. ред. Т.А. Федорова. М.: Экономистъ, 2007.

– расходы возобновления – это расходы страховщика, связанные с рассылкой напоминаний об уплате взносов страхователям.

Расходы на превентивные (предупредительные) мероприятия (РПМ) – это расходы, связанные с формированием запасных, резервных и других фондов, проведением определенных мероприятий, направленных на минимизацию последствий страхового риска.

Плановая прибыль (ПП) – надбавка на прибыль, представляющая собой процент на собственный капитал, выступает как вознаграждение страховщика, как владельца капитала за его использование и рассчитывается с учетом налога на прибыль.¹

Страховая нагрузка составляет в общем страховом тарифе существенно меньшую часть. В зависимости от формы и вида страхования она составляет на практике от 9 до 40 % от брутто-ставки.

Таким образом, страховой тариф или брутто-ставка может быть определена:

$$T = HC + CH$$

где HC – нетто-ставка;
CH – страховая нагрузка.
Или:

$$T = HC + РВД + ПП + РПМ$$

В приведенном выражении величины, характеризующие страховую нагрузку, указываются в абсолютном выражении. Однако на практике они определяются в процентах от брутто-ставки, тогда выражение для расчета страхового тарифа принимает вид

$$T = HC / 1 - CH (\%)$$

Актuarная математика занимается расчетом нетто-премий (ставки), а определение размера страховой надбавки зависит от экономики страховой компании.

Процесс разработки и обоснования страхового тарифа называется *тарифной политикой*, под которой понимается целенаправленная деятельность страховщика по установлению, уточнению и упорядочению страховых тарифов в интересах успешного и безубыточного развития страхования.

Тарифная политика базируется на следующих пяти принципах:²

- принцип эквивалентности страховых отношений страхователя и страховщика;
- принцип доступности страховых тарифов;
- принцип стабильности размеров страховых тарифов;
- принцип расширения объема страховой ответственности;
- принцип обеспечения самокупаемости и рентабельности страховых операций.

¹ Кутуков В.Б. Основы финансовой и страховой математики. М.: Дело, 1998.

² Страховое дело в вопросах и ответах: учеб. пособие для студентов экон. вузов / составитель М.И. Басаков. Ростов н/Д: Феникс, 1999.

Принцип эквивалентности страховых отношений означает, что нетто-ставки должны максимально соответствовать вероятности ущерба с тем, чтобы обеспечить возвратность средств страхового фонда за тарифный период той совокупности страхователей, для которой рассчитывались страховые тарифы. Поскольку тарифные ставки, как правило, устанавливаются в масштабе той или иной области, края, республики в среднем за 5 или 10 лет, то в этом же масштабе за установленный период и должна произойти возвратность взносов в виде страхового возмещения. Таким образом, принцип эквивалентности отвечает перераспределительной сущности страхования как замкнутой раскладке ущерба.

Принцип доступности страховых тарифов означает, что страховые взносы страхователя не должны быть для него обременительными. Чрезмерно высокие тарифные ставки являются тормозом развития страхования. Доступность тарифных ставок напрямую зависит от числа страхователей и числа застрахованных объектов, – чем их больше, тем меньше ущерба приходится на каждого страхователя, тем доступнее тарифы.

Принцип стабильности размеров страховых тарифов означает, что если тарифные ставки остаются неизменными длительное время, у страхователя укрепляется уверенность в надежности страховщика. Даже в тех случаях, когда наметилась тенденция к ухудшению показателей работы страховой организации, следует идти на расширение объема страховой ответственности при неизменных тарифных ставках. Повышение тарифных ставок допустимо лишь при неуклонном росте убыточности страховой суммы.

Принцип расширения объема страховой ответственности является приоритетным в деятельности страховой организации. Расширение объема страховой ответственности выгодно как страхователю, так и страховщику. Для страхователя более доступными становятся тарифные ставки, для страховщика обеспечивается снижение показателей убыточности страховой суммы.

Принцип самоокупаемости и рентабельности страховых операций означает, что страховые тарифы должны рассчитываться таким образом, чтобы поступление страховых платежей безусловно покрывало расходы страховщика и даже обеспечивало ему определенную прибыль. Прибыль может быть заложена в нагрузку к тарифной ставке, но не в нетто-ставку, которая обеспечивает замкнутую раскладку ущерба, но не прибыль. Если в благоприятном году убыточность страховой суммы окажется ниже действующей нетто-ставки, то образовавшаяся экономия идет частично в запасной фонд страховщика, частично на пополнение его прибыли.

Вопросы для самоконтроля

1. Сущность актуарных расчетов.
2. Классификация актуарных расчетов.
3. Значение актуарных расчетов.
4. Функции актуарных расчетов.

5. Страховая калькуляция, ее назначение.
6. В чем заключается специфичность страховой услуги?
7. Принципы тарифной политики в страховании.
8. Структура страховой премии.
9. Структура нетто-премии.
10. Страховой тариф или брутто-ставка, его структура.
11. Страховая нагрузка, ее структура и способы расчета.
12. Виды издержек страховой компании.
13. Способы расчета издержек страховой компании.
14. Общий принцип расчета страховых премий.

2. Основы финансовых и актуарных вычислений

2.1. Основы финансовой математики

Страховые операции как операции финансово – кредитного характера используют элементы финансовой математики. Финансовая математика или финансово-экономические расчеты представляют собой совокупность методов определения стоимости денег во времени. Прежде всего, это связано с долгосрочным характером операций по страхованию жизни.

Неотъемлемой составляющей финансового анализа является учет фактора времени. В его основе лежит принцип неравнозначной стоимости денежных сумм в разные сроки. Одинаковые суммы денег «сегодня» и «завтра» оцениваются по-разному, поэтому в практических финансовых операциях они вне зависимости от их назначения или происхождения связываются с конкретными моментами и периодами времени. Причем, фактор времени в долгосрочных операциях играет не меньшую, а даже большую роль, чем в краткосрочных.

Влияние этого фактора может многократно усиливаться под воздействием других внешних факторов, например, таких как инфляция.

Не менее важным в страховых операциях является принцип финансовой эквивалентности, под которым понимается равенство финансовых обязательств сторон, участвующих в операции: страховщика и страхователя. Подробно эти вопросы будут рассмотрены ниже при рассмотрении построения тарифов по видам страхования.

Таким образом, в процессе совершения ряда страховых операций происходит изменение стоимости страховых взносов. Это изменение представляет собой величину прироста вкладываемого капитала, определяемую начисленными за весь срок страхового договора процентами. Относительная величина дохода при этом – процентная ставка, которая привязана к некоторому временному интервалу – периоду начисления. В практике страхования, как правило, это один год. Проценты, начисленные за год, присоединяются к страховой сумме либо по окончании договора, либо ежегодно.

Процесс увеличения суммы денег во времени в связи с приращением процентов называется *наращением*, или ростом этой суммы.¹ Способы начисления процентов могут быть простыми и сложными. Возможно определение процентов по принципу от будущего к настоящему. Определение современной стоимости денег по их будущему эквиваленту называется дисконтированием. В этом случае сумма денег, относящаяся к будущему, уменьшается на величину соответствующего дисконта.

Начисление процентов простым способом обычно происходит при заключении страховых договоров краткосрочного характера.

Обозначим:

¹ Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. М.: Дело, 1995.

S_0 – первоначальный страховой взнос;

S_n – взнос в конце срока договора;

P – процент за весь срок договора;

i – норма доходности;

n – срок договора,

определим, что каждый год приносит проценты в сумме $P = S_0 * i$, а наращенная сумма

$$S_n = S_0 (1 + n*i) \quad (2.1)$$

Выражение (1) представляет собой формулу начисления простых процентов.

Процесс дисконтирования может быть представлен обратной операцией, т.е.

$$S_0 = S_n / (1 + n*i), \quad (2.2)$$

где $1 / (1 + n*i)$ – дисконтный множитель.

Однако начисление процентов по простой схеме не часто встретишь в практике страхования, так как в видах договоров, где применяется наращение капитала, договора, как правило, имеют средние и долгосрочный характер. Страховые взносы поступают в распоряжение страховщика и на страховые взносы наращиваются проценты, как правило, ежегодно. Каждый год сумма процентов присоединяется к сумме взноса и далее работает уже вместе с ними. Такое присоединение называется капитализацией процентов. База начислений увеличивается с каждым интервалом времени.

Предположим, что проценты начисляются один раз в год, как это часто бывает на практике.

Тогда в конце первого года наращенная сумма составит:

$$S_1 = S_0 + S_0*i = S_0 (1 + i),$$

в конце второго года:

$$S_2 = S_0 (1 + i)^2,$$

в конце n – ого года

$$S_n = S_0 (1 + i)^n \quad (2.3)$$

Рост по сложным процентам представляет собой процесс соответствующий геометрической прогрессии с шагом $(1+i)$

При дисконтировании по сложным процентам получим следующее выражение:

$$\left. \begin{array}{l} S_0 = S_n / (1 + i)^n \\ S_0 = S_n * v^n \end{array} \right\} \quad (2.4)$$

или

Здесь $v^n = 1 / (1 + i)^n$ – дисконтированный множитель, а разность $S_n - S_0 = S_n (1 - v^n)$ называется дисконтом.

Величину дисконтированного множителя v легко табулировать. Фрагмент таблицы при различных нормах доходности представлен в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Число лет, n	Значение дисконтирующего множителя v		
	$i = 3 \%$	$i = 4 \%$	$i = 5 \%$
1	0,97	0,96	0,95
2	0,94	0,93	0,91
3	0,92	0,89	0,87
4	0,89	0,86	0,83
5	0,87	0,83	0,79
10	0,74	0,68	0,62
14	0,66	0,58	0,53
15	0,65	0,56	0,48
18	0,59	0,5	0,42
20	0,55	0,46	0,38
23	0,51	0,41	0,33
30	0,41	0,31	0,23
50	0,23	0,14	0,09

2.2. Основы теории вероятностей в страховании

События

Возможный исход, результат испытания, опыта, эксперимента – это *событие*. Всякое событие, которое в результате эксперимента может произойти или не произойти называется *случайным событием*. В отличие от него *достоверное* событие, обязательно при данных условиях осуществляется, а *невозможное* в этих же условиях произойти не может. При многократном появлении комплекса условий мы имеем серию *испытаний*. События обозначаются заглавными буквами латинского алфавита: А, В, С и т.д.

В практике страхования мы постоянно имеем дело со случайными событиями. Пусть, например, мы заключили некоторое количество страховых договоров. Пусть по одному из этих договоров наступил страховой случай. При этом заключение страхового договора является испытанием, в результате которого может наступить или не наступить *страховой случай* – *случайное событие*.

Между событиями может быть определено отношение *следования* $A \subset B$, если при каждом испытании, при котором происходит событие А происходит и событие В. Говорят, что «*событие А влечет за собой событие В (входит в В)*» или «*событие В включает событие А*». Если одновременно справедливо $A \subset B$ и $B \subset A$, то события А и В называются *равносильными*.

События *несовместны*, наступление одного из них исключает наступление другого. В противном случае события называют *совместными*.

Если ни один из исходов испытаний, обладающих симметрией всевозможных исходов, не является объективно более возможным, то события наступающие в результате одного из этих исходов являются *равновозможными*.

События образуют *полную группу событий*, если в результате испытания обязательно произойдет одно и только бы одно из них, т.е. одно из несовместных событий. Если в результате испытания может произойти одно и только одно из двух событий A и \bar{A} , то эти события называют *противоположными*. Причем эти события образуют полную группу событий.

Суммой нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из этих событий. Если события A и B совместные то их сумма $A \cup B$ обозначает наступление или события A . или события B , или обоих вместе. Если события A и B несовместные то их сумма $A \cup B$ обозначает наступление или события A . или события B .

Произведением нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении всех этих событий. Если A, B, C – совместные события, то их произведение $A \cap B \cap C$ (обозначаемое также ABC), означает наступление и события A , и события B , и события C .

Разностью $A - B$ двух событий A и B (обозначаемое также $A \setminus B$), называется событие, которое состоится, если событие A произойдет, а событие B не произойдет.

Определение вероятности

При практической деятельности страховщика требуется уметь сравнивать события по степени возможности их наступления, уметь оценить эту вероятность. События «выпадение града» и «хорошая погода» весной имеют разную вероятность, также как различна вероятность наступления события «автоавария» в различное время года, в разной местности и т.п.

Численная мера объективной возможности наступления события называется *вероятностью события*. Определим это понятие количественно.

Если все результаты наблюдения страховщика за некоторым явлением образуют полную группу событий и равновозможны, то такие исходы называют *элементарными исходами, случаями или шансами*. Случай называют благоприятствующим, если появление этого случая влечет за собой появление события A .

Согласно классическому определению *вероятность события A* равна отношению числа случаев, ему благоприятствующих к общему их числу, т.е.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где $P(A)$ – вероятность события A ;

m – число случаев, благоприятствующих событию A ;

n – общее число случаев.

Страховые события относятся к тому классу событий, вероятности которых зачастую не могут быть вычислены с помощью классического определе-

ния. Причина этого заключается, прежде всего, в том, что исходы страховых случаев не являются равновероятными.

Поэтому для определения вероятности страховых событий следует использовать другой подход, основанный на оценке того, насколько часто будет появляться данное событие в произведенных испытаниях (наблюдениях). Этот подход называется *статистическим определением вероятности*.

При многократном (n) наблюдении за страховыми случаями страховщик может определить число случаев (m) в которых страховое событие появилось. В этом случае он пользуется *статистическим определением* вероятности.

Статистической вероятностью называется относительная частота (частость) появления этого события в произведенных наблюдениях, т.е.

$$\bar{P}(A) = w(A) = \frac{m}{n}$$

где $\bar{P}(A)$ – статистическая вероятность события A ;

$w(A)$ – относительная частота (частность) события A ;

m – число испытаний в которых появилось событие A ;

n – общее число испытаний.

$\bar{P}(A)$ – доля тех фактически произведенных страховщиком наблюдений, в которых событие A появилось.

Методы теории вероятностей и статистическое определение вероятностей в частности могут быть применены к страховым событиям так как:

– страховые события могут быть воспроизведены неограниченное число раз при комплексе условий который может быть признан неизменным;

– в различных сериях наблюдений относительная частота (частость) страхового события изменяется незначительно, колеблясь около постоянного числа (тем меньше, чем больше страховых событий наблюдалось), т.е. страховые события обладают так называемой *статистической устойчивостью*.

Вероятность суммы событий определяется *теоремой сложения вероятностей*.

Теорема. Вероятность суммы *несовместных* событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B\dots+C) = P(A) + P(B)\dots + P(C)$$

Отметим также следствия теоремы:

1. Сумма вероятностей событий образующих полную группу равна единице.

$$P(A) + P(B)\dots + P(C) = 1$$

2. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Для *совместных* событий вероятность суммы определяется вероятностью возможности появления одного из них или обоих вместе.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Как было отмечено выше, вероятность $P(A)$ как мера степени объективной возможности наступления события A имеет смысл при выполнении некоторых условий. При их изменении вероятность события A может измениться.

Если в комплекс условий, при котором определялась вероятность события A добавилось новое условие – наступление события B , то вероятность события A при условии, что событие B произошло, называется *условной вероятностью события A* и обозначается $P(A/B)$ или $P_B(A)$.

Вероятность произведения событий определяется *теоремой умножения вероятностей*.

Теорема. Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое событие произошло.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$$

Для случая произвольного числа событий вероятность их произведения определяется как произведение вероятности одного из них на условные вероятности других, причем условная вероятность каждого последующего события вычисляется в предположении, что все предыдущие события произошли.

$$P(ABC \dots NM) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB) \cdot \dots \cdot P(M/ABC \dots N)$$

Если наступление одного события не меняет вероятности другого, то эти события называются *независимыми*.

$$P(A/B) = P(A) \text{ или } P(B/A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(ABC \dots NM) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot \dots \cdot P(M)$$

Теоремы сложения и умножения вероятностей это основные теоремы теории вероятностей. Их следствием являются *формула полной вероятности и формула Байеса*.

Теорема. Если событие A может произойти только при условии появления одного из событий $B_1, B_2, B_3 \dots B_n$ образующих полную группу событий, то вероятность события A равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий (гипотез) на соответствующие условные вероятности события A .

$$P(B) = \sum P(B_i) P_{B_i}(A)$$

Формула Байеса является следствием теоремы умножения и формулы полной вероятности.

Пусть событие A может появиться только с одной из гипотез ($B_1, B_2, B_3 \dots B_n$), составляющих полную группу событий. Если до испытания (наблюдения) известны *априорные* (*a priori*) вероятности событий (гипотез) $P(B_1), P(B_2), P(B_3) \dots P(B_n)$ и их оценка должна быть изменена на основе того, что

в результате испытания (наблюдения) событие А произошло, то апостериорные (послеопытные) вероятности этих гипотез $P_A(B_1), P_A(B_2), P_A(B_3) \dots P_A(B_n)$ определяются по формуле:

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i) * P_{B_i}(A)}{\sum_i P(B_i) * P_{B_i}(A)}$$

Практический смысл формулы Байеса состоит в том, что при наступлении события А, мы можем корректировать наши доопытные предположения о вероятностях гипотез $P(B_1), P(B_2), P(B_3) \dots P(B_n)$

Использование байесовского подхода позволяет вносить коррективы в оценку вероятностей причин наступления страхового случая.

Случайная величина

Под *случайной величиной* следует понимать переменную, которая в результате испытания в зависимость от случайных причин может принять одно из множества своих возможных значений.

Ущерб, в результате наступления страхового случая это случайная величина, которая может принимать различные значения – величина ущерба.

Число наступивших страховых случаев в течение года по какому-то виду страхования – случайная величина.

В приведенных примерах случайная величина называется *дискретной*, число ее возможных значений может быть конечным или бесконечным, но счетным, т.е. в соответствие каждому ее значению может быть поставлена точка числовой оси.

Время простоя оборудования, повлекшее за собой потерю дохода – *непрерывная* случайная величина., бесконечное множество значений которой есть некоторый интервал (конечный или бесконечный) числовой оси.

Закон распределения случайной величины

Случайные величины описываются рядом характеристик. Наиболее полное описание дает *закон распределения* случайной величины.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Про случайную величину говорят, что она «распределена» по некоторому закону распределения вероятностей или «подчинена» этому закону распределения.

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины может быть задан:

– графически, *полигоном частот* при этом по оси абсцисс откладывают значения случайной величины, а по оси ординат соответствующие им вероятности.

– аналитически, в виде формулы;

– в виде *ряда распределения* – таблицы, в которой в порядке возрастания перечислены все возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности, т.е.

X	x_1	x_2	x_3	...	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n

x_i – значения случайной величины X;

p_i – вероятность того, что случайная величина приняла значение x_i .

События $X = x_1, X = x_2 \dots X = x_n$, состоящие в том, что случайная величина X соответственно примет значения $x_1, x_2, \dots x_3, x_n$ являются несовместными и единственно возможными (никакие другие значения эта случайная величина по определению принимать не может), т.е. образуют полную группу событий. Следовательно, сумма их вероятностей равна 1.

Таким образом, для любой дискретной случайной величины единица p а с п р е д е л е н а между возможными значениями случайной величины.

$$\sum_i P(X = x_i) = \sum p_i = 1$$

Непрерывную случайную величину описать с помощью ряда распределения невозможно, прежде всего потому, что перечислить все *бесконечное не-счетное* множество ее возможных значений нельзя. Кроме того, вероятность того, что непрерывная случайная величина примет конкретное значение равна нулю.

Для описания закона распределения случайной величины используется и другой подход, который предполагает, что определяется не $P(X=x)$ вероятность события $X=x$, а вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше чем некоторая переменная x – $P (X < x)$. Зависимость вероятности $P (X < x)$ от величины x очевидно может быть выражено некоторой функцией, называемой функцией распределения.

Функцией распределения случайной величины X называется функция $F(x)$, выражающая вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше x :

$$F(x) = P (X < x)$$

Основные свойства функции распределения:

– она неотрицательна и принимает значения между 0 и 1

$$0 \leq F(x) \leq 1$$

– она неубывающая функция на всей числовой оси: для любых двух точек $x_1 \leq x_2$ справедливо

$$F(x_1) \leq F(x_2)$$

– вероятность попадания случайной величины X в интервал $[x_1, x_2)$ равна приращению ее функции распределения на этом интервале

$$P(x_1 \leq X < x_2) = F(x_2) - F(x_1).$$

Функция распределения называется также *интегральной функцией*.

С помощью функции распределения может быть задана и непрерывная, и дискретная случайная величины (рис 2.1 и 2.2)

Кроме того, для задания непрерывной случайной величины используется *функция плотности распределения вероятности*, определяемая как производная ее функции распределения

$$f(x) = F'(x)$$
$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

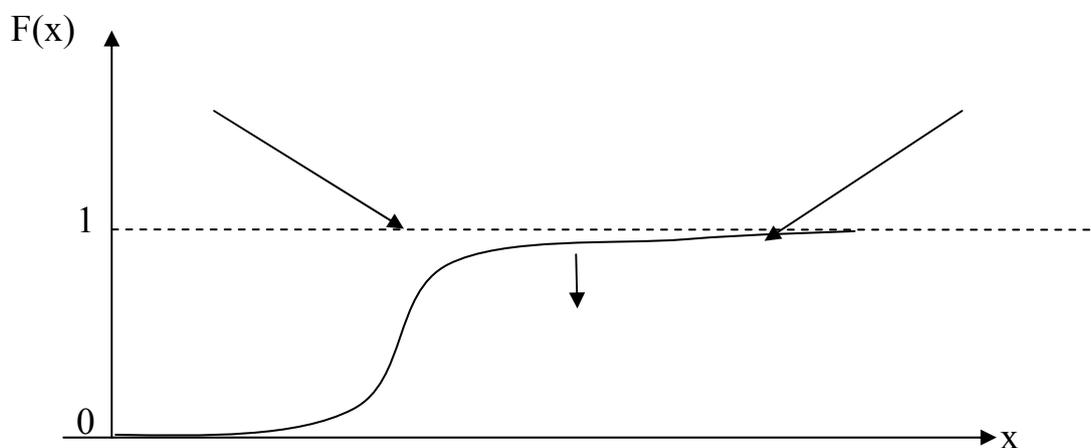


Рис. 2.1. Функция распределения непрерывной случайной величины

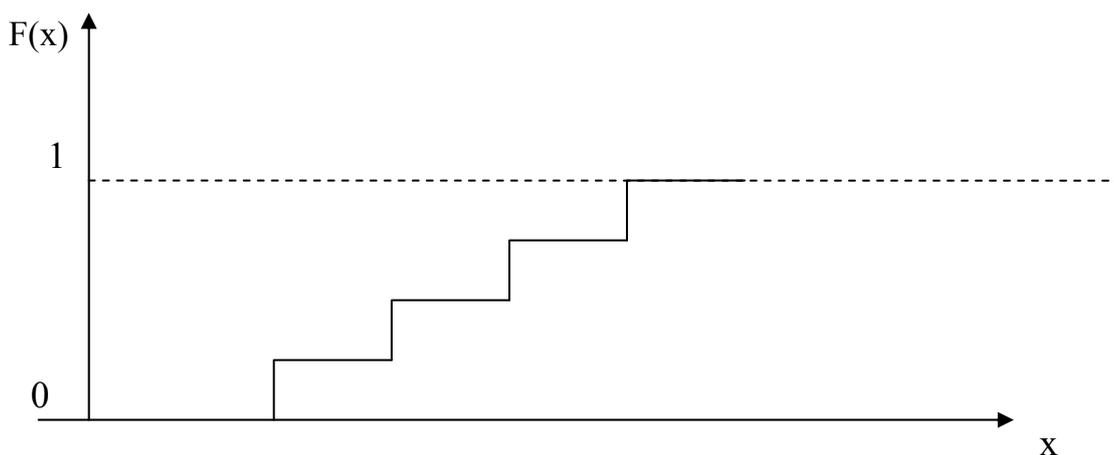


Рис. 2.2. Функция распределения дискретной случайной величины

Плотность распределения (плотность вероятности) $f(x)$ как и функция распределения $F(x)$ является одной из форм представления закона распределе-

ния, но существует только для непрерывных случайных величин. Ее называют также *дифференциальной функцией*. График плотности вероятности называется *кривой распределения*.

Основные свойства функции распределения:

– это неотрицательная функция, т.е.

$$f(x) \geq 0$$

– вероятность того, что непрерывная случайная величина попадет в интервал $[a, b]$ определяется как

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Функция распределения непрерывной случайной величины может быть определена через плотность вероятности: площадь фигуры, ограниченной кривой распределения и осью абсцисс, равна единице

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Числовые характеристики случайной величины

Закон распределения случайной величины дает полную ее характеристику, но бывает не всегда удобным для анализа случайной величины. Дополнительную характеристику случайной величины дают числовые характеристики.

Наиболее часто используемой числовой характеристикой является *математическое ожидание* или среднее значение случайной величины – $M(X)$, определяемое:

– для дискретной случайной величины как сумма произведений всех ее значений на соответствующие им вероятности

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

– для непрерывной случайной величины

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Только математическое ожидание не может в достаточной степени характеризовать случайную величину. Для оценки степени разброса (рассеивания) случайной величины относительно ее математического ожидания используется *дисперсия* $D(X)$, определяемая как математическое ожидание квадрата его отклонения от математического ожидания.

– для дискретной случайной величины с конечным числом значений

$$D(X) = M[x - M(X)]^2$$

$$\text{или } D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 p_i$$

$$\text{и } D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

– для непрерывной случайной величины

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(X))^2 f(x) dx$$

В качестве показателя рассеивания используют также *среднеквадратическое отклонение* случайной величины вычисляемое;

$$\sigma_x = \sqrt{D(\{X\})}$$

Основные законы распределения

Для построения теоретико-вероятностных моделей страховых явлений при решении различных задач страхования в качестве вспомогательного инструментария используется ряд законов распределения.

Распределение Бернулли

Рассмотрим событие A – «угон автомобиля», которое может произойти или не произойти в течение года, соответственно с вероятностью p или $q = 1 - p$. В соответствие каждому исходу поставим значение случайной величины $X = 0$, если событие не наступило или 1 , при наступлении события. Случайная величина X называют также *альтернативной случайной величиной* или *индикатором события A* .

Дискретная случайная величина X имеет *распределение Бернулли*, если она принимает всего два значения:

$$P(X) = \begin{cases} p, & x = 1 \\ q, & x = 0 \end{cases}$$

Математическое ожидание случайной величины распределенной по закону Бернулли $M[X] = p$, дисперсия $D(X) = pq$.

Биномиальное распределение

Пусть страховая фирма заключила n договоров страхования от угона автомобилей одной марки, эксплуатируемых и хранящихся в одинаковых условиях. Число угонов X есть величина случайная.

Какова вероятность того, что не случится ни одного угона, т.е. $X=0$? ... пять угонов ($X=5$)? ... n угонов ($X=n$)?

Дискретная случайная величина X имеет *биномиальный закон распределения*, если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, n$ с вероятностями

$$P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad (2.5)$$

где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $m = 1, 2, \dots, n$

Формула (2.5) называется *формулой Бернулли* и позволяет определить вероятность m наступлений ($X=m$) события A в n независимых повторяющихся (наблюдаемых) испытаниях, в каждом из которых оно может произойти с одной и той же вероятностью p .

Математическое ожидание случайной величины распределенной по биномиальному закону $M(X) = np$, дисперсия $D(X) = npq$.

Для практического применения полезно определить математическое ожидание и дисперсию частности $\frac{m}{n}$ появления события в n независимых испытаниях, в каждом из которых оно может произойти с вероятностью p .

$$M\left(\frac{m}{n}\right) = p,$$

$$D\left(\frac{m}{n}\right) = \frac{pq}{n}$$

Распределение Пуассона

Если число независимых испытаний (наблюдений, экспериментов, число застрахованных автомобилей в предыдущем примере) велико $n \rightarrow \infty$, а вероятность появления события A (угона) в каждом испытании мала

$p \rightarrow 0$ и при этом $np \rightarrow \lambda = \text{const}$, то хорошим приближением (*предельным случаем*) биномиального закона распределения является закон Пуассона.

Дискретная случайная величина имеет закон распределения Пуассона, если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, m, \dots$ (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями

$$P(X = x) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} \quad (2.6)$$

где $\lambda = np$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона, совпадают и равны параметру λ .

$$M(X) = D(X) = \lambda$$

Нормальный закон распределения

Нормальный закон (закон Гаусса) распределения – закон наиболее часто встречающийся в природе, в экономике и других типичных условиях. Главной его особенностью является то, что он является *предельным* законом, к которому сходятся другие законы при весьма часто встречающихся типичных условиях.

Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения с параметрами μ и $\sigma - N(\mu, \sigma)$, если ее плотность вероятности имеет вид:

$$P(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.7)$$

Математическое ожидание случайной величины распределенной по нормальному закону равно параметру μ этого закона:

$$M(X) = \mu,$$

а ее дисперсия – квадрату параметра σ :

$$D(X) = \sigma^2$$

Если параметры нормального распределения равны соответственно $\mu = 0$, $\sigma = 1$, т.е. $N(0, 1)$, нормальный закон распределения называется *стандартным* или *нормированным*.

Интеграл от функции (2.7) является «неберущимся» в элементарных функциях. Поэтому их выражают через функцию (интеграл вероятности) Лапласа, который табулирован

$$\Phi(X) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$$

где $Z = \mu - X/\sigma$ нормированная случайная величина.

Функция распределения случайной величины X распределенной по нормальному закону выражается через функцию Лапласа по формуле:

$$F_N = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Базовые понятия актуарных расчетов.
2. Нарращение суммы.
3. Схема простых процентов.
4. Схема сложных процентов.
5. Понятие и сущность дисконтирования.
6. Страховое событие и страховой случай.
7. Страховой случай как случайная величина.
8. Законы распределения случайной величины.
9. Числовые характеристики случайной величины.

3. Методология построения тарифов по страхованию жизни

3.1. Основные показатели для расчета тарифов

Страхование жизни как вид личного страхования отличается от других видов рядом особенностей. Страхуемый риск здесь – не сама смерть застрахованного, а время ее наступления. Это позволяет выделить три категории страхуемости риска:

- вероятность умереть раньше средней продолжительности жизни;
- вероятность жить долго в преклонном возрасте, что требует материальной поддержки;
- вероятность умереть или выжить в течение определенного интервала времени.

В соответствии с этим выделяют различные группы договоров, заключаемых страховщиками по страхованию жизни.

Ввиду того, что условия договоров страхования жизни обычно предусматривают выплаты в связи с дожитием или смертью застрахованного, то для расчета тарифа страховщик должен обладать сведениями о количестве лиц доживающих до того или иного возраста.

Неопределенность момента смерти является основным источником случайности при страховании жизни, причем неопределенность здесь проявляется не в наступлении смерти, поскольку это можно считать достоверным событием, а в моменте ее наступления. Относительно момента смерти отдельного человека нельзя сказать ничего определенного. Однако, если мы имеем дело с большой однородной группой людей и не интересуемся судьбой отдельных лиц из данной группы, то мы находимся в рамках теории вероятности как науки о массовых случайных явлениях, обладающих свойством устойчивости частот. Соответственно мы можем говорить о продолжительности жизни как о случайной величине.

Практика показывает, что продолжительность жизни людей колеблется в широких пределах и зависит от многих факторов, причем порой отдаленных и сложных. К их числу можно отнести такие как: уровень жизни населения, развитие производительных сил общества, условия труда, достижение современной медицины и т.д. Продолжительность жизни связана с еще одним показателем – уровнем смертности.

Математическая статистика – наука, которая исследует случайные явления, имеющий массовый характер. Смертность населения можно отнести к подобным явлениям. Согласно проведенным исследованиям, процесс вымирания поколений подчинен закону больших чисел. Данная закономерность однообразна в своих проявлениях и достоверна в своих результатах, поэтому может служить основой финансовых расчетов в страховании.

Анализ смертности населения в России говорит о том, что продолжительность жизни имела тенденцию к увеличению

Подобные показатели являются данными демографической статистики. Анализ демографии позволяет не только наблюдать картину в целом, но и де-

лать определенные выборки по отдельным категориям. Так, например, установлено, что смертность мужчин выше, чем женщин, вследствие чего у последних более высокий уровень продолжительности жизни. На сегодняшний день продолжительность жизни мужчин в РФ составляет 58,9 лет, а женщин – 67,4 лет.

В развитых социально благополучных странах продолжительность жизни является практически одинаковой, как для мужчин, так и для женщин. Так, средняя продолжительность жизни населения в США, Великобритании – 75 лет, Швеции – 78 лет, Японии – 79 лет.

Описанные показатели являются важнейшими при расчете тарифов и подлежат детальному анализу со стороны страховщиков. Базой для анализа являются данные статистики.

Однако еще Д. Граунт, Л. Эйлер и др. заметили, что в больших городах смертность населения выше, чем в провинции, а в деревне ниже, чем в провинциальном городке. Современные страховые организации принимают во внимание и эту закономерность, иногда устанавливая различные тарифные ставки для городского и сельского населения. Таким образом, на расчет тарифов влияет и территория страхования.

К примеру, показатели средней продолжительности жизни в Иркутской области отличаются от среднероссийских показателей. Так у мужчин она составляет 55,7 лет, а у женщин 70,4 года. Тенденция изменения продолжительности жизни по Иркутской области представлены на рис 3.1.

Уровень смертности зависит также от профессии. Эти сведения особенно важны при расчете тарифных ставок в страховании от несчастных случаев.

Основная же закономерность, выявленная демографической статистикой и интересующая страховые организации, – это зависимость смертности от возраста.

Еще в XVII в. Д. Граунт показал, что наиболее высокая смертность в начале человеческой жизни, затем она постепенно понижается, достигая минимума в возрасте 10–15 лет, а потом снова начинает повышаться во все возрастающем темпе по мере увеличения возраста.

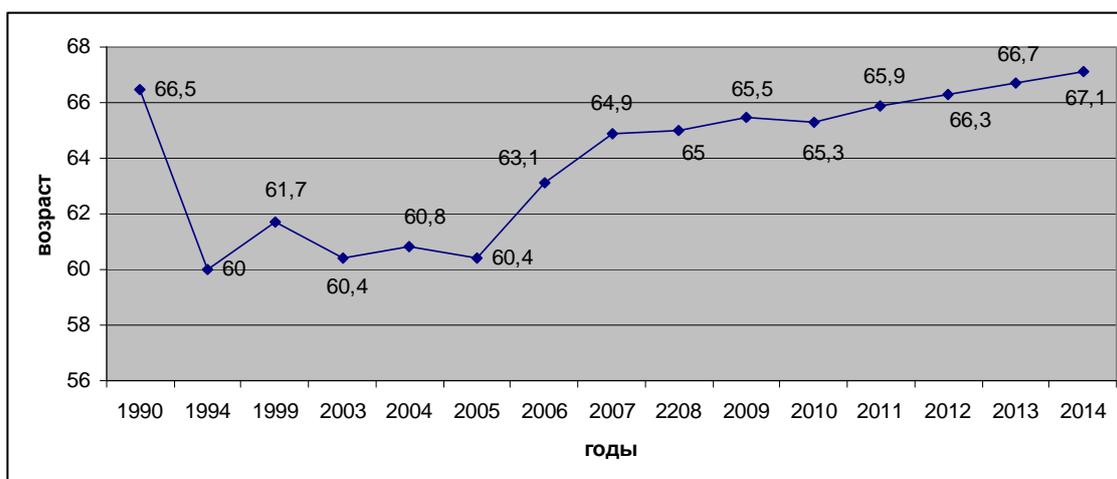


Рис. 3.1. Продолжительность жизни населения Иркутской области в 1990–2014 гг.

Демографической статистикой разработана специальная методология составления так называемых таблиц смертности и средней продолжительности жизни. Они содержат расчетные показатели, характеризующие смертность населения в отдельных возрастах и доживаемость при переходе от одного возраста к последующему. Таблицы показывают, как поколение одновременно родившихся (условно принятое за 100 000) с увеличением возраста постепенно уменьшается.

Таковыми таблицами (собственными или составленными на основе переписей населения) пользуются страховые учреждения при исчислении тарифных ставок по страхованию жизни.

Структура таблиц смертности, применяемых в страховании, следующая (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Возраст в годах, x	l_x	d_x	q_x	p_x
0	100000			
...				
50				
...				
ω				

В данной таблице приняты обозначения:

l_x – число доживающих до каждого данного возраста, показывающие сколько из 100000 одновременно родившихся доживает до 1 года, 2 лет, 3, 4, 5, ... 20, ... 50 лет и т. д.;

$d_x = l_x - l_{x+1}$ – число умирающих при переходе от возраста x к возрасту $x+1$ лет. Они показывают, сколько из доживающих до каждого возраста умирает, не дожив до следующего возраста. Сумма чисел умирающих от нулевого и до предельного возраста равна исходному числу таблицы смертности, т. е. 100000. Эту величину называют корнем таблицы смертности. Если бы при построении таблиц смертности количество одновременно родившихся было принято за единицу, то показатели l_x представляли доли доживающих до каждого возраста, а d_x – доли умирающих в каждом возрасте. Во избежание дробных величин таблицы смертности начинаются обычно со 100000 новорожденных, однако встречаются таблицы, рассчитанные на 10000 и 1000000 человек;

$q_x = d_x / l_x$ – вероятность умереть в течение предстоящего года жизни, не дожив до следующего возраста $x+1$ лет. Эта вероятность показывает, какая доля доживших до данного возраста умирает, не дожив до следующего, и представляет собой отношение числа умирающих при переходе от возраста x к возрасту $x+1$ к числу доживающих до данного возраста;

$p_x = 1 - q_x = l_{x+1} / l_x$ – вероятность дожить лица в возрасте x до возраста $x+1$. Данная величина показывает, какая доля доживших до возраста x доживет

до возраста $x+1$ и представляет собой отношение числа доживающих до возраста $x+1$ к числу доживших до предыдущего возраста, т.е. до x

ω – предельный возраст таблицы смертности (обычно от 85 до 100 лет)

Таким образом, располагая таблицей смертности, страховое учреждение получает для каждого интересующего его периода необходимые сведения о наиболее вероятном количестве умирающих и доживающих лиц из числа застрахованных, т. е. оно может узнать, сколько примерно лицам в каком-то определенном году необходимо будет выплатить страховые суммы по случаям смерти или дожития, у скольких лиц прекратятся временные страхования на случай смерти или рентные страхования и т. д.

Выбор таблицы смертности представляет для каждого страхового учреждения очень важную проблему, так как от этого зависят размеры тарифных ставок, образование резерва страховых взносов, финансовая устойчивость операций.

В международной страховой практике известны отборные, усеченные и сборные таблицы смертности.

В *отборных* таблицах приводятся повозрастные показатели вероятности умереть, выявившиеся в течение первых лет после заключения договора страхования отдельно для каждого года давности страхования. В *усеченных* таблицах – повозрастные показатели вероятности умереть только тех лиц, которые уже были застрахованы в течение нескольких лет, и действие медицинского освидетельствования уже не сказывается. Вообще проведение медицинского отбора лиц, принимаемых на страхование, не дает длительного эффекта. В *сборных* таблицах содержатся повозрастные показатели вероятности умереть для всех застрахованных, независимо от давности страхования.

Существуют различные концепции составления таблиц смертности [12].

В зависимости от того, какой период относительно даты исследования описывают эти таблицы, различают два вида таблиц:

– ретроспективные таблицы – таблицы смертности, составленные по данным предыдущих лет и описывающие смертность населения в разных возрастах и на момент исследования.

– перспективные таблицы смертности, которые получаются в результате экстраполяции на будущие годы существующих в настоящее время демографических тенденций.

В зависимости от изучаемых возрастных категорий населения таблицы делятся на два вида:

– обычные таблицы смертности, которые описывают все население в совокупности;

– таблицы поколений, которые характеризуют показатели смертности отдельно по каждому поколению.

Итак, имея таблицу смертности, можно установить вероятное число выплат по договорам страхования, а при известных страховых суммах – размер фонда, которым Должно располагать страховое учреждение, чтобы выплатить страховые суммы, т. е. размер страхового фонда.

Однако, прежде чем установить долю участия каждого из страхователей в создании такого фонда, т. е. исчислить размер страховых взносов, необходимо принять во внимание еще один показатель – норму доходности.

Операции по страхованию жизни отличаются долгосрочностью. Договоры могут заключаться, например, на 10, 15, 20 лет. В течение всего времени их действия страховые организации получают взносы. Выплаты же страховых сумм производятся в большинстве случаев по истечении этих сроков, а также (гораздо реже) после утраты застрахованным трудоспособности или его смерти в течение срока действия договора.

Временно свободные средства, аккумулируемые страховщиками, используются в качестве инвестиционных ресурсов. Т.е. в течение периода страхования страховщик инвестирует свободные денежные средства и получает определенный доход. Величина такого дохода, поступающего за год с единицы процентной суммы называется **нормой процента** или **нормой доходности** и обозначается через i (%).

На момент расчета нетто-ставок страховщик не может сказать под какой процент он разместит свободные денежные средства, т.е. собранные взносы, поэтому в расчетах тарифных ставок фигурирует планируемая норма доходности.

Если норма процента i , то через год каждая денежная единица превратится в $1+i$, через 2 года $(1+i)(1+i)$ и т.д. таким образом, если мы обладаем капиталом стоимостью в настоящий момент X_0 , то через n лет его будущая стоимость X_n будет

$$X_n = X_0 * (1+i)^n$$

Страховщик по каждому договору прогнозирует вероятную величину выплаты. Тем самым он определяет будущую стоимость страховых фондов, которую необходимо иметь через n лет. Следовательно, требуется найти, какой же взнос нужно получить в момент заключения договора, чтобы к концу указанного срока обладать средствами, достаточными для осуществления выплаты, т.е. найти современную стоимость будущей выплаты.

Процесс определения современной (или настоящей) стоимости будущих доходов или расходов называется дисконтированием. Суть данного понятия была рассмотрено нами ранее (см. пар. 1.2)

Таким образом, основными показателями, являющимися базой для расчета тарифов по страхованию жизни, являются таблицы смертности и норма доходности. Зависимость тарифных ставок от них складывается объективно и не может произвольно изменяться.

3.2. Виды и типы договоров по страхованию жизни

Практика страхования жизни показывает достаточно большое разнообразие заключаемых страховыми компаниями договоров страхования. Расчет тарифов требует четкой классификации договоров, позволяющей разграничить условия

проведения страховых операций. Как известно, основными критериями, по которым различаются договоры страхования жизни, являются следующие:¹

- объект страхования,
- предмет страхования,
- порядок уплаты страховых премий,
- период действия страхового покрытия,
- форма страхового покрытия,
- вид страховых выплат,
- форма заключения договора.

По виду объекта страхования жизни различают:

- договоры в отношении собственной жизни, когда застрахованный и страхователь – одно лицо;
- договоры в отношении жизни другого лица, когда застрахованный и страхователь – разные лица;
- договоры совместного страхования жизни на основе принципа первой или второй смерти.

В отношении договоров страхования жизни, когда застрахованный и страхователь – разные лица, страхователю необходимо иметь страховой интерес в жизни застрахованного на время заключения контракта, о чем упоминалось выше.

Договоры совместного страхования жизни заключаются в основном супружескими парами. По договору совместного страхования жизни по принципу первой смерти страховая сумма выплачивается в случае смерти первого из двух застрахованных лиц оставшемуся в живых. По договору совместного страхования жизни по принципу второй смерти страховая сумма выплачивается наследникам. Страховые премии по первому типу страхового договора значительно выше, чем по второму, поскольку риск наступления одной смерти выше, чем двух.

В зависимости от **предмета страхования** жизни выделяют:

- страхование на случай смерти,
- страхование на дожитие,
- смешанное страхование.

Страхование на случай смерти означает, что выплата страховой суммы по договору осуществляется при наступлении смерти застрахованного. При страховании на дожитие страховая сумма, наоборот, выплачивается застрахованному, если он остался в живых по истечении срока договора. По третьему варианту страховые выплаты осуществляются страховщиками и в случае смерти, и в случае дожития застрахованного, однако выплачиваемые страховые суммы, как правило, разные в каждом из двух случаев.

В отношении **порядка уплаты страховых премий** выделяют страховые договоры:

¹ Страхование / под ред. Т.А. Федоровой. М.: Экономистъ, 2007.

- с единовременной (однократной) премией;
- с периодическими премиями:
 - 1) уплачиваемые в течение срока договора;
 - 2) уплачиваемые в течение ограниченного периода времени, меньше, чем срок договора;
 - 3) уплачиваемые на протяжении всей жизни.

Однократная премия подразумевает оплату страхового полиса полностью один раз при подписании договора. Периодические премии выплачиваются ежегодно, ежеквартально либо ежемесячно.

По периоду действия страхового покрытия различают:

- пожизненное страхование (на всю жизнь);
- страхование жизни на определенный период времени.

Критерий определений периода действия страхового покрытия отражает не только временный фактор, но и специфику риска, который берет на себя страховщик. В первом случае вероятность наступления страхового события P равна 1 и риск для страховщика состоит в том, когда произойдет страховой случай и сколько премии он успеет аккумулировать в математический резерв по этому договору. Во втором же случае вероятность страхового события зависит от того, каков будет предмет страхования – дожитие ($P < 1$), смерть ($P < 1$) или то и другое вместе ($P = 1$). При этом предоставление страховой гарантии страховщиком будет стоить тем дороже, чем выше эта вероятность и чем короче срок действия страхового договора. Естественно, что премии по смешенному страхованию будут наиболее высокими, а премии по срочному страхованию на случай смерти – наиболее низкими при одинаковой страховой сумме, выплачиваемой страховщиком при наступлении страхового случая, и возрасте застрахованного. Премии по пожизненному страхованию занимают промежуточное значение.

По форме страхового покрытия можно выделить:

- страхование на твердо установленную страховую сумму;
- страхование с убывающей страховой суммой;
- страхование с возрастающей страховой суммой;
- увеличение страховой суммы в соответствии с ростом индекса розничных цен;
- увеличение страховой суммы за счет участия в прибыли страховщика;
- увеличение страховой суммы за счет прямого инвестирования страховых премий в специализированные инвестиционные фонды.

По виду страховых выплат различают:

- страхование жизни с единовременной выплатой страховой суммы;
- страхование жизни с выплатой ренты (аннуитета);
- страхование жизни с выплатой пенсии.

Первый вид страхования предполагает выплату определенного капитала страхователю или его наследникам при наступлении страхового случая или окончания срока договора. По второму виду страхования не выплачивается капитал, а назначается выплата страховой суммы в форме периодической ренты в

основном в пользу наследников застрахованного. Выплата по третьему виду осуществляется в рамках пенсионного страхования, когда конвертируемая по пенсионному плану страховая сумма выплачивается затем застрахованному с момента достижения пенсионного возраста в виде ежемесячной, квартальной или годовой пенсии.

По *способу заключения* договоры страхования жизни делят на:

- индивидуальные;
- коллективные.

В первом случае договор заключается с физическим лицом и предмет его – жизнь одного или двух лиц. Коллективные договоры заключаются от имени юридического лица и покрывают риски для определенного множества физических лиц. Взаимоотношения между юридическим лицом и членами коллектива имеют четкую правовую основу. Как правило, такие договоры заключаются с администрацией предприятий, организаций и ассоциаций в отношении жизни наемных работников или членов организации. Очень часто коллективные договоры покрывают не только риск смерти, но и риск несчастного случая, инвалидности, болезни.

В практике страхования жизни принято выделять базовых типа полисов, имеющих существенные различия по совокупности вышеприведенных критериев:

1) *срочное страхование жизни* – страхование жизни на случай смерти на определенный срок времени. В обмен на уплату страховых премий страховщик обязуется выплатить указанную в договоре страховую сумму в случае смерти застрахованного в течение срока действия договора;

2) *пожизненное страхование жизни* – страхование на случай смерти в течение всей жизни застрахованного. В обмен на уплату страховых премий страховщик обязуется выплатить страховую сумму в случае смерти застрахованного, когда бы она ни произошла;

3) *смешанное страхование жизни* – страхование и на случай смерти, и на дожитие в течение определенного периода времени. Страховщик обязуется выплатить страховую сумму как в случае смерти застрахованного, если она наступит до истечения срока действия договора, так и по истечении срока действия договора, если застрахованный остается жив.

В отдельные группы выделяют также договоры, производные от базовых типов и покрывающие специфические риски:

- договоры пенсионного страхования;
- аннуитеты, или рентное страхование жизни.

В зависимости от критериев и типов договоров страхования строятся тарифы по страхованию жизни.

3.3. Основные подходы к расчету тарифов по страхованию жизни

Как было отмечено выше, страхование жизни носит, как правило, долгосрочный характер. Поэтому тарифы должны учитывать фактор времени. Осо-

бенности страхования жизни проявляются на этапе определения нетто-ставки. Принцип ее построения основывается на следующем:

$$\text{нетто-премия} + \text{доход от инвестиционных вложений} \geq \text{выплаты по договору}$$

То есть сумма собранных взносов должна, по крайней мере, быть не меньше страховых выплат. При этом в силу долгосрочности договора учитывается инвестиционный доход.

Величина страховых выплат носит вероятностный характер, т.е. неопределенный на момент заключения договора:

$$\text{нетто-премия} + \text{доход от инвестиций} \geq \text{вероятная стоимость выплат}$$

или

$$\text{нетто-премия} \geq \text{вероятная стоимость выплат} - \text{доход от инвестиций}$$

Значение стоимости выплат без учета инвестиционного дохода представляет собой величину вероятной стоимости выплат на момент заключения договора или современную вероятную стоимость

$$\text{нетто-премия} \geq \text{современная вероятная стоимость страховых выплат}$$

Если страхователь уплачивает взносы периодически, то всегда существует вероятность недоплаты части взносов в случае его смерти, поэтому и сумму взносов на момент заключения договора необходимо рассматривать как вероятностную величину

Таким образом, на момент заключения договора страхования главным становится принцип

$$\text{современная вероятная стоимость взносов} \geq \text{современная вероятная стоимость выплат}$$

Этот принцип носит названия принципа эквивалентности или равновесия и является гарантией «не разорения страховщика».

Процесс построения тарифных ставок по любому договору страхования с использованием принципа эквивалентности состоит из трех этапов:¹

1. Определение взаимных финансовых обязательств обеих сторон договора.

2. Актуарная оценка этих обязательств.

3. Применение принципа эквивалентности к данному договору.

Рассмотрим принципы построения тарифов для основных типов договоров страхования жизни.

3.3.1. Единовременные тарифы по страхованию жизни

Страхование на дожитие. Несмотря на то, что договора на дожитие в чистом виде не распространены в практике страхования, оно входит в состав других договоров (например, смешанного страхования). Поэтому построение тарифных ставок по страхованию на дожитие будет нами рассмотрено.

¹ Страхование: учебник / под ред. ред. Т.А. Федоровой. М. Экономистъ, 2007.

Рассмотрим наиболее простой случай расчета тарифа, когда страховой взнос и страховая выплата производится одновременно. Страхователь в возрасте x заключает договор страхования на дожитие на страховую сумму S на срок n . Тогда согласно условиям страхования при дожитии до возраста $x + n$ он получит страховую сумму S . Воспользуемся методологией построения нетто-ставки.

1. Определим финансовые обязательства сторон.

Финансовые обязательства страхователя заключаются в величине страхового взноса и равны соответственно $S^* {}_nE_x$,

где ${}_nE_x$ – нетто-ставка на дожитие лица в возрасте x на срок n .

Финансовые обязательства страховщика проявляются в выплате страховой суммы и равны S .

2. На момент заключения договора обязательства сторон:

– для страхователя они прежние – $S^* {}_nE_x$ – фактическая величина страхового взноса (без учета страховой нагрузки)

– для страховщика – $S^* {}_n p_x$, где ${}_n p_x$ – вероятность дожития лица в возрасте x до возраста $x+n$, поскольку он выплатит страховую сумму только, если страхователь доживет до указанного возраста, т.е. до окончания срока договора.

Страхователь уплачивает страховой взнос одновременно. А это означает, что на период действия договора средства находятся в распоряжении страховщика, инвестируя которые, он получает соответствующий доход. Тогда современная стоимость обязательств страховщика составит $S^* {}_n p_x * v^n$.

3. Используя принцип равновесия приравняем обязательства сторон, получив выражения для расчета нетто-ставки по страхованию на дожитие

$${}_nE_x = {}_n p_x * v^n$$

или

$${}_nE_x = l_{x+n} / l_x * v^n \quad (3.1)$$

Возможен другой подход к выводу формулы для нетто-ставки на дожитие. Рассмотрим конкретный пример¹.

Лицо в возрасте 40 лет заключает договор страхования на дожитие сроком на 5 лет на сумму 100 р. Какова должна быть для него величина единовременного страхового взноса? (Расходы на ведение операций пока не принимаем во внимание).

Представим себе, что такие договоры страхования заключили все 40-летние лица из таблицы смертности.

По истечении пяти лет после заключения договора страховой компании предстоит выплатить определенное количество страховых сумм тем, кто доживет до окончания срока действия договора. Сколько будет выплат?

Из таблицы смертности видно, что до 45 лет доживет 87 587 человек. Значит, и выплат будет 87 587.

¹ Кагаловская Э.Т., Попова А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни): практ. пособие. – М.: Анкил, 2000.

Страховая сумма каждого договора 100 р. Следовательно, страховой фонд, предназначенный для этих выплат, должен составить 8 758 700 р. (100 р. x 87 587).

Однако в начале страхования этот фонд может быть меньше, с учетом того, что каждый год на него будет нарастать по схеме сложных процентов доход. Чтобы соответственно уменьшить этот фонд, т. е. найти его современную стоимость, прибегнем к помощи дисконтирующего множителя (равного в данном случае 0,86261):

$$8\,758\,700 \text{ р.} \times 0,86261 = 7\,555\,342 \text{ р.}$$

Следовательно, чтобы через 5 лет иметь средства для выплаты страховых сумм по дожитию, страховая компания в начале страхования должна располагать фондом в размере 7 555 342 р. Эту сумму и нужно единовременно собрать со страхователей. Разница между величиной сбора и выплат будет покрыта за счет дохода на собранные средства. 7 555 342 р. представляют собой современную стоимость 8 758 700 р.

Сколько же следует внести каждому из застрахованных в этот общий фонд? Разделим полученную сумму на число лиц в начале страхования, т. е. в возрасте 40 лет. Согласно таблице смертности их было 89 367.

$$7\,555\,342 \text{ р.} : 89\,367 = 84 \text{ р.} 54 \text{ к.}$$

Это и будет единовременная нетто-ставка на дожитие. Таким образом, нетто-ставка равна современной стоимостей выплат страховщика, поделенной на число лиц, вступающих в страхование.

Итак, лицо в возрасте 40 лет, заключив договор страхования на дожитие на страховую сумму 100 р., должно уплатить единовременный взнос в размере 84 р. 54 к.

Размер тарифной ставки, как видим, был исчислен при помощи следующего действия:

$$87587 \times 0,86261 \times 100 = 84,54.$$

x – возраст при вступлении в страхование

n – срок страхования.

0,86261 – дисконтирующий множитель, который обозначается символом v^n .

89 367 – число лиц в начале страхования, обозначаемое символом l_x .

Страховую сумму принимаем равной 1 р. и получаем формулу 3.1.

Страхование на случай смерти. Используя тот же принцип построения тарифа, определим соответствующие обязательства сторон.

Страхователь: финансовые обязательства равны страховому взносу – $S^*_{nA_x}$, где ${}_nA_x$ – нетто-ставка на случай смерти лица в возрасте x на срок n .

Страховщик: в силу того, что договор страхования заключен на n лет в каждом году существует определенная вероятность смерти застрахованного, что повлечен выплату страховой суммы. При определении нетто-ставки необходимо учитывать этот момент. Общая вероятная стоимость выплаты будет равна сумме ее вероятных стоимостей за каждый год. При этом необходимо

учесть и процесс наращивания капитала во времени, т.е. определить современную стоимость обязательств.

На 1-ом году вероятность смерти застрахованного равна q_x , т.е. при переходе от возраста x к возрасту $x+1$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x},$$

тогда вероятность выплаты страховой суммы на 1-ом году договора составит $S * \frac{d_x}{l_x}$, а с учетом процесса наращивания капитала $S * q_x * v^1$

На втором году вероятность выплаты страховой суммы определяется из условия того, что первый год застрахованный проживет и умрет на 2-м году договора. Тогда вероятность выплаты составит

$${}_1p_x q_{x+1} = \frac{l_{x+1}}{l_x} * \frac{l_{x+1} - l_{x+2}}{l_{x+1}} = \frac{l_{x+1} - l_{x+2}}{l_x} = \frac{d_{x+1}}{l_x}$$

а современная стоимость обязательств страховщика

$$S * \frac{d_{x+1}}{l_x} * v^2$$

Общая вероятность выплаты страхового возмещения представляет собой сумму современных вероятных стоимостей за каждый год. Поэтому, сложив все стоимости в обязательствах страховщика и используя принцип равновесия, получим формулу для расчета нетто-ставки по страхованию на случай смерти

$$\begin{aligned} {}_1A_x &= \frac{S q_x v^1 + S {}_1p_x q_{x+1} v^2 + \dots + S {}_n p_x q_{x+n} v^n}{n} = \\ &= \frac{d_x v^1 + d_{x+1} v^2 + d_{x+n+1} v^n}{l_x} * S = \sum_{i=x}^{x+n+1} \sum_{j=1}^n \frac{d_i v^j}{l_x} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Таким образом, все необходимые показатели находятся в таблицах смертности и, используя таблицу дисконтирующих множителей, можно рассчитать нетто-ставку по любому виду договора и на любой срок. Однако при выполнении расчетов пришлось бы каждый раз проводить бы массу громоздких вычислений, т.к. условия договоров могут отличаться друг от друга. С целью упрощения расчетов вводятся специальные технические показатели – коммутационные числа, которые, в сущности, не несут никакого экономического смысла и, призваны лишь, облегчить расчеты.

Коммутационные числа зависят от двух параметров:

- выбранной таблицы смертности;
- нормы доходности.

Формулы для расчета наиболее часто используемых коммутационных чисел следующие.

$$D_x = l_x v^x$$

$$N_x = \sum_{i=x}^{\omega} D_i = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{\omega}$$

$$C_x = d_x v^{x+1}$$

$$M_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{\omega} = \sum_{i=x}^{\omega} C_i$$

$$R_x = M_x + M_{x+1} + \dots + M_{\omega} = \sum_{i=x}^{\omega} M_i$$

Таблица коммутационных чисел приведена в приложении 1.

Тогда полученные нами ранее формулы для расчета единовременной нетто-ставки примут следующий вид

на дожитие

$${}_n E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (3.1')$$

на случай смерти на срок n

$${}_n A_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad (3.2')$$

Единовременная ставка по смешанному страхованию (без ответственности страховщика за утрату трудоспособности) исчисляется по формуле

$${}_n \text{Netto}_x = {}_n E_x + {}_n A_x = \frac{D_{x+n} + M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

3.3.2. Тарифы при периодической уплате страховых взносов

Рассмотренные выше расчеты тарифов предполагали единовременные обязательства обеих сторон, т.е. все суммы, подлежащие к уплате страховщиком и страхователем погашались в момент заключения и окончания договора страхования. Однако с точки зрения практики такой договор не всегда может быть востребован. Действительно, для того, чтобы выполнить свои обязательства по договору страхования, страхователь должен обладать значительной суммой денежных средств. Поэтому страховщики, стремясь создать привлекательные условия своих страховых продуктов, предлагают страхователям уплачивать взносы не единовременно, а в рассрочку. Как правило, взнос вносится раз в год. Для этого необходимо определить его годовой размер.

Так как процесс уплаты растягивается на несколько лет, то страховщик несет определенные потери. А именно:

– теряется часть прибыли, полученной от дохода при инвестировании капитала;

– имеется вероятность недополучить часть взносов, ввиду возможной смерти страхователя или невозможности по другим причинам выполнить финансовые обязательства по договору.

В связи с этим, исчисляя размер годичной нетто-ставки, нельзя механически разделить единовременную ставку на число лет договора страхования. Расчет должен учитывать как потерю дохода, так и уменьшение числа застрахованных. Поэтому для расчета нетто-ставок при периодической уплате страховых взносов необходимо учитывать вероятную стоимость страховых взносов, приведенных к моменту начала договора. Для этого применяются специальные коэффициенты рассрочки.

Страхование на дожитие. Рассмотрим следующие условия договора: застрахованный в возрасте x лет заключил договор на дожитие сроком на n лет на страховую сумму S . Согласно принятому механизму построения определим финансовые обязательства сторон.

Финансовые обязательства страховщика сводятся к выплате страховой суммы при условии дожития до возраста $x+n$: $S \cdot {}_n p_x \cdot v^n$.

Для определения обязательств страхователя обратимся к конкретному примеру. Предположим, что все лица возраста $x=40$ лет заключили договора страхования на 5 лет и обязались в течение этого срока в начале каждого года вносить по 1 р. Современная стоимость суммы, внесенной на 1-м году страхования будет равна численности лиц, доживших до 40 лет, т.е. l_{40} . Так как взносы вносятся в начале каждого года эта сумма не корректируется дисконтирующим множителем. Современная стоимость суммы взносов 2-го года будет равна численности лиц, доживших до возраста $x+1$, т.е. до 41 года с поправкой на дисконтирующий множитель за один год, т.е. $l_{41} \cdot v^1$. Современная стоимость общей суммы взносов всех застрахованных определится как сумма произведений взносов каждого года на соответствующий дисконтирующий множитель. Разделив полученную величину на количество лиц, вступивших в страхование, получим современную стоимость годичных взносов в размере 1 р. (т.е. обязательств страхователя)

Если взносы, как было обусловлено в примере, уплачиваются в начале года, то коэффициент рассрочки называется пренумерандо и обозначается \ddot{a}_x , если в конце года – постнумерандо – a_x ,

Формула для расчета коэффициента рассрочки, учитывающая норму доходности и возможное уменьшение лиц застрахованных представляется как

$$\ddot{a}_x = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot v^1 + \dots + l_{x+n-1} \cdot v^{n-1}}{l_x} = \sum_{i=x}^{x+n-1} \sum_{j=1}^n l_i v^{j-1}$$

Переведа формулу в коммутационные числа, получим более простое для употребления выражение

$${}_n \ddot{a}_x^{zod} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (3.3)$$

Получив коэффициенты рассрочки, перейдем к годовым нетто-ставкам. Для этого воспользуемся принципом эквивалентности и, приравнявая финансовые обязательства сторон, получим

$$S * {}_n E_x^{zod} * {}_n \ddot{a}_x^{zod} = S_n p_x v^n$$

Отсюда нетто-ставка на дожитие при периодической уплате страховых взносов

$${}_n \ddot{E}_x^{zod} = \frac{{}_n E_x}{{}_n \ddot{a}_x^{zod}} = \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (3.4)$$

где ${}_n \ddot{E}_x^{zod}$ – годичный взнос;

${}_n E_x$ – единовременный взнос;

${}_n \ddot{a}_x^{zod}$ – коэффициент рассрочки пренумерандо.

Абсолютные значения коэффициентов рассрочки близки к значению n -срока страхования, но несколько ниже его, в результате чего годовые нетто-ставки получаются более высокие, чем при делении единовременного взноса на количество лет страхования и учитывают потерю дохода и естественную смертность.

Годичная нетто-ставка на дожитие постнумерандо рассчитывается следующим образом

$${}_n E_x^{год} = \frac{{}_n E_x}{{}_n a_x^{год}} = \frac{D_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}}, \quad (3.5)$$

где ${}_n a_x^{\ddot{a}a}$ – коэффициент рассрочки постнумерандо

$${}_n a_x^{zod} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

Период уплаты взносов может совпадать со сроком действия договора, либо быть меньше его. В последнем случае на полисе обычно указывается возраст застрахованного, по достижению которого полис должен быть полностью оплачен.

Если продолжительность периода уплаты взносов равна m лет, то величина ежегодного взноса пре- и постнумерандо в соответствии с (3) и (4) определяется формулами

$${}_n \ddot{E}_x^{200} = \frac{{}_m E_x}{{}_m \ddot{a}_x^{200}} = \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}, \quad (3.6)$$

где ${}_m \ddot{a}_x^{200}$ – коэффициент рассрочки пренумерандо на m лет

$${}_m \ddot{a}_x^{200} = \frac{N_x - N_{x+m}}{D_x}$$

и ${}_n E_x^{200} = \frac{{}_n E_x}{{}_m a_x^{200}} = \frac{D_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+m+1}}, \quad (3.6')$

где ${}_m a_x^{200}$ – коэффициент рассрочки постнумерандо на m лет

$${}_m a_x^{200} = \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_x}$$

Страхование на случай смерти. В отличие от страхования на дожитие в страховании на случай смерти отсутствует выжидательный период, т.е. период, когда страховая премия уже полностью внесена, а обязанность страховщика осуществлять страховую выплату еще не наступила. Это связано с тем, что страховым случаем, обязывающим произвести оплату страховой суммы, является смерть застрахованного, которая может наступить в любой момент после заключения договора. Рассмотрим вначале случай пожизненного страхования, когда взносы уплачиваются страхователем пока он жив, т.е. период уплаты взносов равен сроку страхования, а страховая сумма выплачивается непосредственно после смерти. Тогда величина страхового взноса с единичной страховой суммы равна единовременной стоимости полиса, деленной на соответствующий коэффициент рассрочки.

$$\ddot{A}_x^{200} = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{i}{\ln(1+i)} \frac{M_x}{N_x} \quad (3.7)$$

и

$$A_x^{200} = \frac{A_x}{a_x} = \frac{i}{\ln(1+i)} \frac{M_x}{N_{x+1}} \quad (3.7')$$

При страховании на случай смерти на определенный срок годовая нетто-ставка определяется

$${}_{n\ddot{A}}^{\bullet\bullet z\odot\odot} = \frac{{}_n A_x}{{}_n a_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (3.8)$$

и

$${}_n A_x^{z\odot\odot} = \frac{{}_n A_x}{{}_n a_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \quad (3.8')$$

Если период уплаты взносов при пожизненном страховании ограничен периодом m , то коэффициент рассрочки равен

$${}_x a_x^{z\odot\odot} = \frac{N_x - N_{m+x}}{D_x}$$

а величина годового страхового взноса определяется как

$${}_m \ddot{A}_x^{\bullet\bullet z\odot\odot} = \frac{i}{\ln(1+i)} * \frac{M_x}{N_x - N_{x+m}} \quad (3.9)$$

Соответственно для коэффициента рассрочки постнумерандо

$$a_x^{z\odot\odot} = \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_x}$$

$${}_m A_x^{z\odot\odot} = \frac{i}{\ln(1+i)} * \frac{M_x}{N_{x+1} - N_{x+m+1}} \quad (3.9')$$

Для договора страхования жизни на срок n соответственно имеем

$${}_{n\ddot{A}}^{\bullet\bullet z\odot\odot} = \frac{{}_n A_x}{{}_n \ddot{a}_x^{z\odot\odot}} = \frac{i}{\ln(1+i)} * \frac{M_x + M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} \quad (3.10)$$

$${}_n A_x^{z\odot\odot} = \frac{{}_n A_x}{{}_n a_x^{z\odot\odot}} = \frac{i}{\ln(1+i)} * \frac{M_x + M_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+m+1}} \quad (3.10')$$

Годичная нетто-ставка по смешанному страхованию жизни строится путем сложения нетто-ставок по страхованию на дожитие и на случай смерти

$${}_n A_x^{z\odot\odot} + {}_n E_x^{z\odot\odot} = \frac{{}_n E_x + {}_n A_x}{{}_n a_x} = \frac{D_{x+n} + M_x - M_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \quad (3.11)$$

Между ставками постнумерандо и пренумерандо существует определенная зависимость¹. Так как

$${}_n E_x^{zod} = \frac{{}_n E_x}{{}_n a_x}, \quad \text{а} \quad {}_n \ddot{E}_x^{zod} = \frac{{}_n E_x}{{}_n \ddot{a}_x},$$

то
$${}_n E_x = {}_n E_x^{zod} * {}_n a_x \quad \text{и} \quad {}_n \ddot{E}_x = \frac{{}_n E_x^{zod} * {}_n a_x}{{}_n \ddot{a}_x} = {}_n E_x^{zod} * \frac{{}_n a_x}{{}_n \ddot{a}_x} \quad (3.12)$$

или
$${}_n E_x^{zod} = {}_n \ddot{E}_x * \frac{{}_n \ddot{a}_x}{{}_n a_x} \quad (3.13)$$

Таким образом годовая нетто-ставка постнумерандо равна годичной ставке пренумерандо, умноженной на отношение коэффициентов рассрочки пре- к постнумерандо и наоборот.

В коммутационных числах формулы (3.12) и (3.13) можно записать

$${}_n \ddot{E}_x^{zod} = {}_n E_x^{zod} * \frac{N_x - N_{x+n}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \quad (3.12')$$

$${}_n E_x^{zod} = {}_n \ddot{E}_x * \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{N_x - N_{x+n}} \quad (3.13')$$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что годовые нетто-ставка постнумерандо выше соответствующих ставок пренумерандо. Это связано с тем, что при действии ставок пренумерандо страхователь уплачивает взнос в начале года. Поэтому в течение года средства находятся в распоряжении страховщика, который получает от них инвестиционный доход.

Современные страховые компании предлагают комбинированные продукты, включающие в себя и страхование на случай утраты трудоспособности. В этом случае нетто-ставка представляет собой нетто-ставок по каждому виду страхования. Нетто-ставка на случай утраты трудоспособности рассчитывается исходя из статистических данных органов государственного социального страхования по этому виду ответственности. Причем размер данной ставки, как правило, не зависит от возраста застрахованного.

¹ Кагаловская Э.Т., Попова А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни): практ. пособие.

3.3.3. Рентное страхование

Периодическое выполнение своих обязательств возможно не только страхователем, но и страховщиком. Если договор страхования заключен на условиях периодических выплат страховых сумм, то говорят о рентном страховании.

Иногда рентное страхование называют аннуитетным, что подразумевает собой равные страховые выплаты через определенные промежутки времени при наступлении страхового события (смерти или дожития до определенного возраста). Рентное страхование лежит в основе пенсионных страховых схем, предлагаемых не только страхователем, но и негосударственными пенсионными фондами.

Договор страхования рент можно условно разделить на три части:

- период уплаты взносов страхователем;
- период отсрочки выплат;
- непосредственно период выплат.

Рассмотрим каждый из этих периодов.

Период уплаты взносов представляет собой временной интервал с момента заключения договора до момента уплаты последнего взноса. Если страхователь сразу единовременно выполняет свои финансовые обязательства, то период уплаты взносов отсутствует.

Период отсрочки выплат представляет собой период с момента заключения договора до момента начала выплаты ренты. Период отсрочки может быть равен периоду уплаты взносов и может быть больше его. В последнем случае говорят о выжидательном периоде, который равен периоду с момента окончания уплаты взносов до момента начала периода выплат. В этот срок денежные средства находятся в распоряжении страховщика. Это не может не сказаться на величине страхового тарифа, который при увеличении выжидательного периода уменьшается. Если период отсрочки равен нулю, то страхователь начинает получать ренту сразу после заключения договора. В таком случае говорят о немедленной ренте.

Период выплат страховой суммы – это период, в течение которого страхователь будет получать ренту. Срок выплат может быть ограничен, а может быть пожизненным. Если в договоре страхования указан конкретный срок выплат, то такая рента называется срочной.

Выплаты ренты могут осуществляться в разное время года. Период выплат также может быть различным: ежегодные ежеквартальные, ежемесячные ренты и т.д.

Аналогично рассмотренному выше материалу рента может называться пренумерандо, когда выплата осуществляется в начале года и постнумерандо – в конце года.

Рассмотрим вывод форму для расчета нетто-ставки по страхованию единичной отсроченной на m лет ренты для лица в возрасте x лет, которая будет выплачиваться ежегодно в течение n лет в размере 1 руб. в конце каждого года¹.

Найдем современную вероятную стоимость обязательств страховщика. В соответствии с договором страхования страховщик обязуется выплачивать начиная с m -го года страхования в течение n лет в конце каждого года сумму в размере 1 р. при условии, что застрахованный жив на момент осуществления выплаты. Таким образом, страховщик обязуется произвести максимум n выплат по 1 р. Современная вероятная стоимость его обязательств будет равна сумме современных вероятных стоимостей всех этих n выплат.

Фактическая стоимость первой выплаты на m -м году равна 1 р. Вероятность этой выплаты равна вероятности ${}_{m+1}p_x$ дожития застрахованного до момента выплаты в конце m -го года, т. е. до возраста $(x+m+1)$ лет. Следовательно, вероятная стоимость первой выплаты равна:

$$1 \text{ р.} \cdot {}_{m+1}p_x = {}_{m+1}p_x, (\text{р.}).$$

Эта выплата, если она произойдет, будет осуществляться через $(m+1)$ год. Поэтому ее современная вероятная стоимость будет равна произведению вероятной стоимости на дисконтирующий множитель за $(m+1)$ год, т. е.

$${}_{m+1}p_x * v^{m+1} (\text{р.}).$$

Современная вероятная стоимость выплаты, осуществляемой на втором году периода, составит ${}_{m+2}p_x * v^{m+2}$ (р.).

Аналогично находятся современные вероятные стоимости всех последующих выплат. Последняя выплата, осуществляемая в конце $(m+n)$ года, будет иметь современную вероятную стоимость $({}_{m+n}p_x * v^{m+n})$ р.

Современная вероятная стоимость единичной ренты (аннуитет) для лица в возрасте x лет, отсроченной на m лет и выплачиваемой в течение n лет, обозначается через ${}_{m|n}a_x$.

Таким образом, современная вероятная стоимость (аннуитет) ${}_{m|n}a_x$ нашей единичной отсроченной на m лет ренты постнумерандо, выплачиваемой в течение n лет, будет составлять:

$$\begin{aligned} {}_{m|n}a_x &= {}_{m+1}p_x * v^{m+1} + {}_{m+2}p_x * v^{m+2} + \dots + {}_{m+n}p_x * v^{m+n} = \\ &= \frac{l_{x+m+1} * v^{m+1} + l_{x+m+2} * v^{m+2} + \dots + l_{x+m+n} * v^{m+n}}{l_x} = \\ &= \frac{D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + \dots + D_{x+m+n}}{D_x} = \frac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x} \end{aligned} \quad (3.14)$$

¹ Страхование: учебник / под ред. ред. Т.А. Федоровой.

Современная вероятная стоимость единичной ренты равна единовременной нетто-ставке по страхованию такой ренты. Если мы хотим найти нетто-премию по страхованию аналогичной ренты с выплатами в размере 5 р. в год, мы должны умножить аннуитет единичной ренты ${}_{m|n}a_x$ на ее величину S р.

Аналогичным образом можно вывести формулу для расчета аннуитета ренты пренумерандо. Она будет иметь вид:

$${}_{m|n}\ddot{a}_x = \frac{l_{x+m} * v^m + l_{x+m+1} * v^{m+1} + \dots + l_{x+m+n-1} * v^{m+n-1}}{l_x} = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x}. \quad (3.15)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

Немедленная пожизненная рента пост- и пренумерандо

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} \quad \ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

Отсроченная пожизненная рента пост- и пренумерандо

$${}_m|a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x} \quad {}_m|\ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x}$$

Срочная немедленная рента пост- и пренумерандо

$${}_n|a_x = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \quad {}_n|\ddot{a}_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Срочная отсроченная рента, выплачиваемая k раз в год в размере $1/k$ части годовой ренты – дробленная рента пост- и пренумерандо

$${}_{m|n}a_x^{(k)} = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x} - \frac{k+1}{k} * \frac{D_{x+m} - D_{x+m+n}}{D_x}$$

$${}_{m|n}\ddot{a}_x^{(k)} = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x} - \frac{k-1}{k} * \frac{D_{x+m} - D_{x+m+n}}{D_x}$$

Рассмотренные выше формулы употребимы при единовременной уплате страховых взносов. При периодической уплате взносов, когда взносы уплачиваются в пожизненно, годовой взнос страхователя рассчитывается по формуле

$${}_{m|n}\ddot{a}_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{N_x}.$$

3.4. Основы семейного страхования

Современная практика страхования предлагает различные страховые продукты, в том числе и так называемое семейное страхование. В отличие от индивидуального, договор страхования охватывает как минимум два лица – супругов.

Расчеты тарифных ставок по страхованию двух лиц базируются на основной теории актуарных расчетов. Специфика здесь заключается в том, что размеры нетто-ставок зависят от вероятности наступления определенных событий, относящихся к совокупной жизни двух лиц (например, вероятности сохранения или распада супружеской пары).

Вероятность сохранения супружеской пары ${}_n p_{xy}$, т.е. вероятность того, что два лица в возрасте x и y лет проживут вместе n зависит от того, доживет ли каждый из супругов до возраста $x+n$ и $y+n$ соответственно. Ввиду того, что наступление этих событий не зависит друг от друга можно использовать формулу произведения вероятностей. Тогда

$${}_n p_{xy} = {}_n p_x * {}_n p_y$$

В используемых ранее обозначениях искомая вероятность будет равна

$${}_n p_{xn} = \frac{l_{xy+n}}{l_{xy}}, \quad (3.16)$$

где $l_{xy} = l_x l_y$, $l_{xy+n} = l_{x+n} l_{y+n}$

Вероятность что оба лица не проживут n лет ${}_n q_{xy}$, является противоположной вероятности дожить. Так как

$${}_n q_{xy} + {}_n p_{xy} = 1,$$

то

$${}_n q_{xy} = 1 - {}_n p_{xn} = 1 - \frac{l_{xy+n}}{l_{xy}} = \frac{l_{xy} - l_{xy+n}}{l_{xy}} \quad (3.17)$$

Вероятность распада пары, т.е. вероятность того, что супруг (заключивший договор страхования в возрасте x лет, когда его супруге было y лет) не доживет до возраста $x+n$ лет, а супруга, напротив, доживет до $y+n$ лет ${}_n p_{x/y}$, равна произведению вероятностей

$${}_n p_{x/y} = {}_n q_x * {}_n p_y = \frac{l_{y+n}}{l_y} - \frac{l_{xy+n}}{l_{xy}},$$

При выводе формул для расчета тарифов по страхованию двух лиц, также как и при страховании одного лица, используются коммутационные числа.

$$D_{xy} = l_x * l_y * v^{\frac{x+y}{2}} = l_{xy} * v^{\frac{x+y}{2}}$$

$$D_{xy+n} = l_{x+n} * l_{y+n} * v^{\frac{x+y}{2}} = l_{xy+n} * v^{\frac{x+y}{2}}$$

$$N_{xy} = \sum_{i=xy}^{\omega} D_i = D_{xy} + D_{xy+1} + \dots + D_{\omega}$$

$$C_{xy} = d_{xy} * v^{xy+1}$$

$$M_{xy} = \sum_{i=xy}^{\omega} C_i$$

Страхование на дожитие при уплате взноса одновременно. Договор заключают два лица в возрасте x лет и y лет на срок n лет. Страховая сумма выплачивается одновременно, если оба застрахованных проживут до окончания договора страхования. Единовременная нетто-премия равна современной вероятной стоимости предстоящих выплат страховщика

$${}_n E_{xy} = \frac{l_{xy+n} v^n}{l_{xy}} \quad (3.18)$$

Выраженная в коммутационных числах для более удобного использования формула (3.18) принимает вид

$${}_n E_{xy} = \frac{D_{xy+n}}{D_{xy}} \quad (3.19)$$

Страхование на случай смерти. При тех же исходных данных страховая сумма выплачивается в случае распада семейной пары по причине смерти хотя бы одного из застрахованных в течение срока действия договора. Единовременная нетто-ставка:

$${}_n A_{xy} = \frac{1}{l_{xy}} \sum_{i=1}^n (l_{xy+i-1} - l_{xy+i}) v^i \quad (3.20)$$

В коммутационных числах формула (3.20) будет иметь вид

$${}_n A_{xy} = \frac{D_{xy} - D_{xy+n} - (1-v) * (N_{xy} - N_{xy+n})}{D_{xy}} \quad (3.21)$$

Смешанное страхование. Тарифная ставка определяется сложением нетто-ставок на дожитие и случай смерти

$${}_n E_{xy} + {}_n A_{xy} = \frac{D_{xy} - (1-v)(N_{xy} - N_{xy+n})}{D_{xy}} \quad (3.22)$$

Для годовичных нетто-ставок формулы также выводятся посредством деления на коэффициенты рассрочки. Ход рассуждений при получении конечных значений такой же как и при страховании одного лица. результаты получаются следующие:¹

Коэффициент рассрочки в коммутационных числах:

постнумерандо ${}_n a_{xy} = \frac{N_{xy+1} - N_{xy+n+1}}{D_{xy}}$

пренумерандо ${}_n a_{xy} = \frac{N_{xy} - N_{xy+n}}{D_{xy}}$

Тогда годовичные нетто-ставки путем деления на коэффициенты рассрочки на дожитие

$${}_n E_{xy} = \frac{D_{xy+n}}{N_{xy+1} - N_{xy+n+1}} \quad - \text{постнумерандо} \quad (3.23)$$

$${}_n E_{xy} = \frac{D_{xy+n}}{N_{xy} - N_{xy+n}} \quad - \text{пренумерандо} \quad (3.24)$$

на случай смерти

$${}_n A_{xy} = \frac{D_{xy} - D_{xy+n} - (1-v)(N_{xy} - N_{xy+n})}{N_{xy+1} - N_{xy+n+1}} \quad - \text{постнумерандо} \quad (3.25)$$

$${}_n A_{xy} = \frac{D_{xy} - D_{xy+n}}{N_{xy} - N_{xy+n}} - (1-v) \quad - \text{пренумерандо} \quad (3.26)$$

¹ Кагаловская Э.Т., Попова А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни). Практ. пособие.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие статистические данные используются при расчетах тарифов по страхованию жизни?
2. Структура и виды таблицы смертности.
3. Классификация таблиц смертности.
4. Какие факторы влияют на стоимость страховых взносов?
5. Понятие дисконтирования.
6. Простые и сложные проценты.
7. Виды страхования жизни.
8. Формы уплаты страховых премий.
9. Понятие ренты и аннуитета.
10. Этапы построения нетто-ставки в страховании жизни.
11. Коммутационные числа.
12. Принцип расчета нетто-ставки по страхованию на случай смерти.
13. Принцип расчета нетто-ставки по страхованию на дожитие.
14. Принцип расчета нетто-ставки по смешанному страхованию.
15. Периоды в договоре страхования рент.
16. Ренты пренумерандо и постнумерандо.
17. Частные случаи при расчете страхования рент.
18. Общий порядок расчета тарифа по произвольному договору страхования жизни.

4. Построение тарифов в видах страхования иных, чем страхование жизни

4.1. Методика построения тарифов в массовых рисковых видах страхования

Вторая группа договоров страхования, согласно классификации актуарных расчетов, представляет так называемые рисковые виды страхования. Рисковые виды страхования относятся к видам страхования иным, чем страхование жизни.

Наиболее характерные виды страхования:

1. Массовые рисковые виды страхования

– из личного страхования: страхование от несчастных случаев; страхование медицинских расходов граждан;

– страхования имущества и гражданской ответственности

2. Страхование редких событий и крупных рисков.

– страхование промышленных предприятий;

– авиационное и космическое страхование.

– страхование природных катастроф.

Особенностями данных видов являются

– отсутствует факт накопления страховой суммы, в связи с чем при расчете нетто-ставок не используются способы долгосрочных финансовых вычислений (дисконтирование, расчет сложных процентов;

– наличие большого числа однородных объектов и статистических данных по ним;

– не предусматривается обязательства страховщика по выплате страховой суммы при окончании срока действия договора страхования.

Рассматривая вопросы построения тарифных ставок в имущественном страховании, необходимо отметить, что здесь актуарная математика отличается высокой динамикой процесса. Имущество подвержено физическому и моральному износу, что отражается на его реальной цене и потому требует особых методов оценки риска. Со временем «надежность» изделия падает, а тарифная ставка повышается, несмотря на снижение страховой суммы из-за физического и морального износа. Примером тому может служить страхование автомобилей, компьютеров и т.д.

За последние годы появились принципиально новые объекты имущественного страхования, которых раньше просто не было. Следовательно, необходимо уметь оценивать новый риск, используя информацию о подобном риске.

Кроме того, необходимо учитывать, что договор страхования может породить несколько требований об оплате (неоднократная авария автомобиля или несколько несчастных случаев в течение срока страхования).

Таким образом, рисковые виды страхования имеют четко выраженную специфику:

1) страховое возмещение не может превосходить реальную цену объекта страхования, а, следовательно, и страховую сумму.

2) вероятность страхового возмещения, а также его размер носит случайный характер.

Поэтому при построении тарифов в рисковом виде страхования перед актуарием возникает задача прогнозирования двух специфичных процессов: $C(t)$ – зависимости от времени реальной цены застрахованного объекта (с учетом морального и физического износа), а также $P(t)$ – вероятности наступления страхового случая. Графически эти процессы выглядят, как показано на рис. 3.1.¹

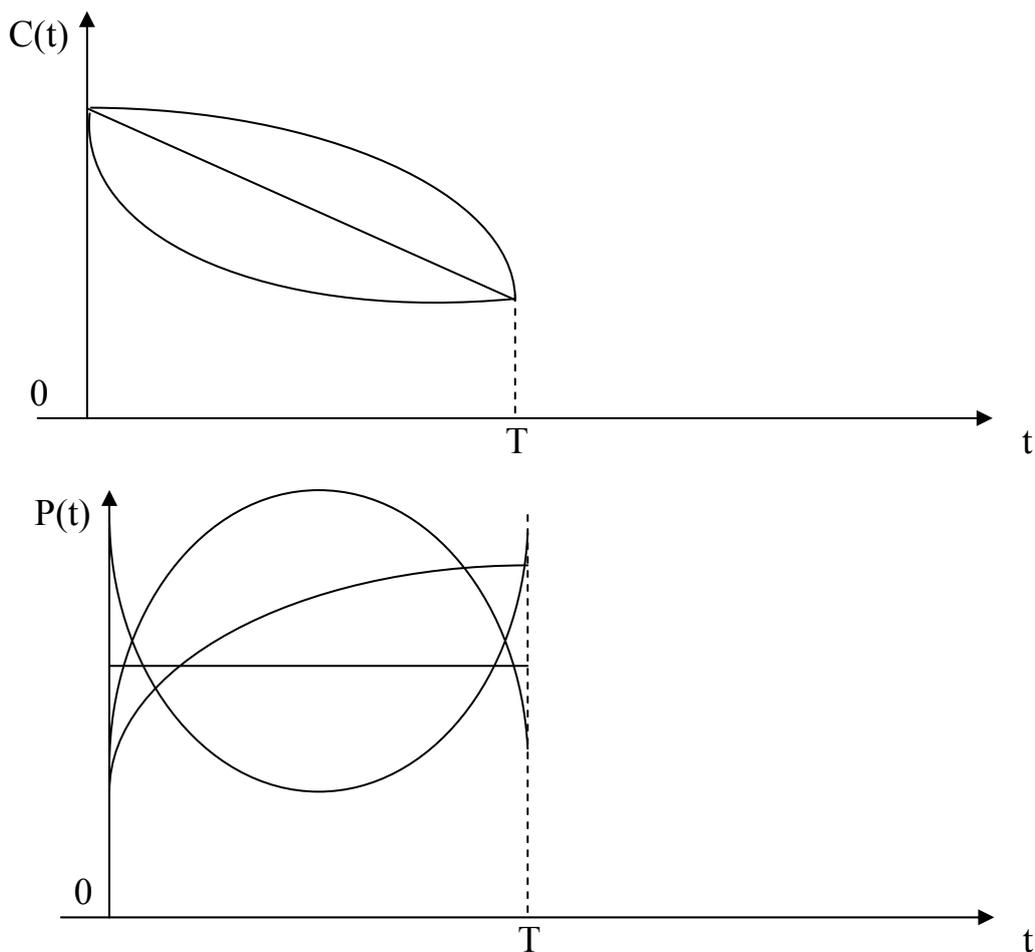


Рис. 3.1.

Математическое ожидание предстоящих выплат, т.е. средних ожидаемый ущерб – это

$$\int_0^T C(t) * P(t) dt$$

¹ Корнилов И.А. Актуарные расчеты в имущественном страховании. М.: МЭСИ, 1998.

Ошибка в выборе хотя бы одной кривой приводит к неверным результатам, а это немедленно отражается либо на конкурентоспособности, либо на устойчивости компании.

Как было показано ранее, величина рискованной премии отражает ту меру риска, которую каждый застрахованный объект представляет для страховщика. Т.е. рискованная премия вычисляется из предположения, что каждый риск в долгосрочной перспективе должен финансировать свои собственные страховые возмещения, в сочетании с требованием ко всему портфелю (совокупный страховой фонд, образованный взносами, должен покрывать совокупные выплаты). Однако на практике страховые компании имеют, как правило, неоднородный портфель. Тогда возникают вопросы о надежности данных по разным рискам, о влиянии каждого риска на страховую премию, об измеримости степени неоднородности портфеля.

Подобные вопросы позволяет решить тарификация, которая лежит в основе построения тарифов по рискованным видам страхования. Тарификация представляет собой процесс определения совокупности тарифных ставок и условий их применения для отдельных видов риска¹.

Любой объект, подлежащий страхованию, обладает свойствами, которые позволяют его отнести к определенной группе объектов. Данная группа объектов характеризуется своими средними показателями вероятности наступления и тяжести ущерба. Поэтому для данной группы можно рассчитать нетто-ставку, определенную на основе общих значений характеристик риска, которая будет соответствовать типичному (среднему) объекту из данной категории. Этот типичный объект имеет частоту и тяжесть ущерба, равные средним значениям по группе. Однако такого типичного объекта в реальности может не существовать, поскольку средние значения могут получиться в результате компенсации больших отклонений в одну и другую сторону.

Любой объект из данной категории имеет свои индивидуальные особенности. Некоторые из этих особенностей влияют на вероятность наступления страхового случая, либо на вероятную величину ущерба, либо на то и другое одновременно. Факторы, которые влияют на перечисленные параметры, называются факторами риска. Отсутствие подобных факторов снижает степень риска по рассматриваемому объекту. Исходя из характеристик объекта, применение к нему тарифной ставки по группе будет ошибочным, т.к. фактический результат может значительно отличаться от среднего. В связи с этим страховщики по каждому страховому продукту формируют свой список факторов риска, рассчитывают по ним соответствующие тарифные ставки и обуславливают их применение.

Таким образом, формируется тарификационная система, которая в общем виде выглядит следующим образом:

– все страхуемые объекты делятся на несколько достаточно крупных категорий;

¹ Страхование: учебник / под ред. ред. Т.А. Федоровой. М.: Экономистъ, 2007.

- для каждой категории рассчитывается базовая тарифная ставка.
- приводится список всех факторов риска, которые страховщик хочет отразить в своей системе;
- формируется перечень поправочных коэффициентов, учитывающих тот или иной фактор риска для конкретного объекта.

При заключении договора страхования, прежде всего, определяется принадлежность страхуемого объекта к тарификационной группе. В соответствии с группой рассчитывается исходная (базовая) тарифная ставка. Затем отмечается наличие или отсутствие на объекте учитываемых факторов риска. По таблице находят значения поправочных коэффициентов, соответствующих данной ситуации. Найденные коэффициенты применяются к базовой тарифной ставке.

При определении тарифов для массового рискованного вида страхования компания использует «Методику расчета тарифных ставок по рискованым видам страхования», утвержденной распоряжением Федеральной службы РФ по надзору за страховой деятельностью от 08.07.93 г. № 02-03-36.

Конечной целью проведения актуарных расчетов является определение величины нетто-ставки, которая гарантировала бы с заданной высокой степенью безопасности, что страховщик не разорится. При этом под разорением понимается не финансовый крах страховщика вообще, а вполне конкретная ситуация, когда средств страхового фонда по данному виду страхования не хватает на выплату всех возмещений.

Поэтому математически задачу неразорения страховщика можно сформулировать следующим образом: **вероятность того, что сумма убытков (выплат) страховщика по всем договорам данного вида окажется меньше, чем величина страхового фонда по рассматриваемому виду страхования, должна быть больше некоторого заданного значения γ** :

$$\text{вероятность} \{ \text{сумма выплат} < \text{величина страхового фонда} \} \geq \gamma.$$

где γ – величина *гарантии безопасности*, которая выбирается самим страховщиком и, как правило, находится в пределах от 85 до 99 %.

Показатель $1-\gamma$ – определяет риск страховщика от проведения операций по конкретному виду.

Вся последовательность действий по расчету нетто-ставки представляется следующим образом¹.

1. Страховщик предполагает сформировать страховой портфель, состоящий из большого числа договоров страхования. Величина выплаты по каждому договору страхования представляется случайной величиной, следовательно, сумма выплат по всему портфелю договором является случайной величиной. Сумма большого числа независимых случайных величин распределена по нормальному закону распределения. Теория вероятности позволяет определить параметры такого распределения на основе данных по случайным величинам, составляющим сумму.

¹ Основы страховой деятельности: учебник.

2. Страховщик задает для себя приемлемый уровень безопасности, который позволяет ему быть уверенным, что сумма премий, собранная им, будет достаточна для ожидаемых выплат.

3. Страховщик находит величину выплат, которая с заданной вероятностью не будет превышена, и это является суммой страхового фонда.

4. Исходя из требуемого размера страхового фонда и прогнозируемого количества договоров, определяется величина нетто-ставки.

Существуют два методических подхода для определения нетто-ставки по рисковому видам страхования.

Первый подход применим при условиях, что¹:

1. Существует статистика, которая позволяет оценить такие величины как – вероятность наступления страхового случая по одному договору страхования;

– средняя страховая сумма по одному договору страхования;

– среднее возмещение по одному договору страхования при наступлении страхового случая.

2. Предполагается, что не будет опустошительных событий, когда одно событие влечет за собой несколько страховых случаев;

3. Расчет тарифов проводится по заранее известному количеству договоров, которые предполагается заключить.

Вероятность наступления страхового случая по договору страхования q определяется как

$$q = m/n$$

где m – количество страховых случаев за конкретный период времени;

n – количество заключенных договоров за конкретный период времени.

Средняя страховая сумма на один объект страхования S_{cp}

$$S_{cp} = \frac{\sum S_i}{n}$$

где S_i – страховая сумма при заключении i -го договора страхования

Среднее возмещение, приходящееся на один пострадавший объект

$$Sb = \frac{\sum Sb_k}{m}$$

где Sb_k – страховое возмещение при k -ом страховом случае.

Коэффициент степени уничтожения объекта страхования b

$$b = Sb/s$$

Согласно «Методики расчета тарифных ставок по рисковому видам страхования», при отсутствии статистических данных по вышеуказанным величинам

¹ Методика расчета тарифных ставок по рисковому видам страхования: распоряжение федеральной службы РФ по надзору за страховой деятельностью № 02-03-36 от 8 июля 1993 г. М., 1993.

нам их значение определяется экспертным путем или используются величины – аналоги. Отношение, характеризующее коэффициент степени уничтожения объекта, рекомендуется принимать не ниже:

0,3 – при страховании от несчастных случаев и болезней, в медицинском страховании;

0,4 – при страховании средств наземного транспорта;

0,5 – при страховании грузов и имущества, кроме средств транспорта;

0,6 – при страховании средств воздушного и водного транспорта;

0,7 – при страховании ответственности и страховании финансовых рисков.

Нетто-ставка T_n состоит из двух частей – основной части T_0 и рисковой надбавки T_p

$$T_n = T_0 + T_p \quad (4.1)$$

Основная часть нетто-ставки соответствует средним выплатам страховщика, зависящим от вероятности наступления страхового случая q , средней страховой суммы S , среднего возмещения Sb . Основная часть нетто-ставки рассчитывается по формуле

$$T_0 = \frac{Sb}{S} * q \quad (4.2)$$

Рисковая надбавка T_p вводится для того, чтобы учесть вероятные превышения количества страховых случаев относительно их среднего значения. Возможны два варианта расчета рисковой надбавки:

а) для каждого риска

$$T_p = T_0 * \alpha(\gamma) \sqrt{\frac{1 - q + \left(\frac{R_b}{S_b}\right)^2}{n * q}}, \quad (4.3)$$

где n – количество договоров, отнесенных к периоду времени, на который проводится страхование;

R_b – средний разброс возмещений (среднеквадратическое отклонение);

$\alpha(\gamma)$ – коэффициент, который зависит от выбранного показателя гарантии безопасности страховой компании.

Учитывая, что при расчете тарифа корректным принимается использование закона нормального распределения, данный показатель определяется на основе функции нормального распределения.

При отсутствии данных о разбросе возможных страховых возмещений R_b рисковая надбавка рассчитывается по упрощенной формуле

$$T_p = 1,2 * T_0 * \alpha(\gamma) * \sqrt{\frac{1 - q}{n * q}}, \quad (4.4)$$

б) для совокупности рисков

$$T_p = T_0 * \alpha(\gamma) * \mu, \quad (4.5)$$

где μ – коэффициент вариации страхового возмещения, который соответствует отношению среднеквадратического отклонения к ожидаемым выплатам страхового возмещения. Если i -й риск характеризуется вероятностью его наступления q_i средним возмещением Sb_i и среднеквадратическим отклонением возмещений Rb_i , то

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m Sb_i^2 \cdot n_i \cdot q_i \cdot (1 - q_i) + Rb_i^2 \cdot n_i \cdot q_i}{\sum_{i=1}^m Sb_i \cdot n_i \cdot q_i}} \quad (4.6)$$

Если величина среднеквадратического отклонения возмещений Rb_i неизвестна при наступлении i -го риска, то соответствующее слагаемое заменяется на

$$1,44 \cdot Sb_i^2 \cdot n_i \cdot q_i (1 - q_i) \quad (4.7)$$

При полном отсутствии данных о разбросе возможных страховых возмещений Rb

$$\mu = 1,2 * \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m Sb_i^2 \cdot n_i \cdot q_i (1 - q_i)}}{\sum_{i=1}^m Sb_i \cdot n_i \cdot q_i} \quad (4.8)$$

Другой методический подход к расчету тарифов по рисковому видам страхования использует понятие убыточности страховой суммы и применим при условии, что имеется информация о сумме страховых возмещений и совокупной страховой сумме по рискам, принятым на страхование за ряд лет;

Убыточность страховой суммы определяют как отношение страхового возмещения к страховой сумме застрахованных рисков

$$Y = \frac{Sb}{S} \quad (4.9)$$

Расчет нетто-ставки производится в следующей последовательности:

1. По каждому году рассчитывается фактическая убыточность Y на 100 руб. страховой суммы.

2. На основании полученного ряда определяется тип степени колебания убыточности.

Данный показатель позволяет определить можно ли при расчете тарифа опираться на статистические показатели, полученные страховщиком за предыдущие годы. Таким показателем выступает коэффициент корреляции, показывающий связь между двумя параметрами. Т.к. данные параметры в абсолютном выражении сравнивать некорректно, то целесообразно использовать одну из разновидностей коэффициента корреляции – коэффициент Спирмэна:

$$R_{СП} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (4.10)$$

где n – число анализируемых лет

$d_i = R_x - R_y$ – разность ранговых показателей номера года и убыточности страховой суммы.

По значению коэффициента Спирмэна определяется тип степени колебанию убыточности. Для удобства целесообразно выделять два типа.

Первый тип определяется когда

$$R_{СП} \in [-0,5; 0,5]$$

и свидетельствует о отсутствии какой-либо динамики показателя убыточности за ряд исследуемых лет.

Второй тип, напротив, показывает корреляцию параметров и определяется при попадании коэффициента Спирмэна в интервалы

$$R_{СП} \in [-1; -0,5] \cup [0,5; 1]$$

3. На основании коэффициента Спирмэна рассчитывается основная часть нетто-ставки

$$T_0 = Y_{cp} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

при первом типе колебания убыточности страховой суммы;

$$T_0 = Y_i^*$$

при втором типе колебания убыточности страховой суммы, где Y_i^* – прогнозируемый уровень убыточности страховой суммы

Для определения прогнозного значения убыточности на следующий период используется модель тренда. Тренд определяется на основе зависимости изменения показателя убыточности от года к году, которая может носить линейный, параболический и т.д. характер.

Так, например, линейный тренд представляется как

$$Y_i^* = a_0 + a_i * i, \quad (4.11)$$

где Y_i^* – выровненный показатель убыточности страховой суммы;

a_0, a_i – параметры линейного тренда;

i – порядковый номер соответствующего года.

Для расчета параметров уравнения линейного тренда a_0, a_i используется метод наименьших квадратов. То есть необходимо составить и решить систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 * n + a_1 * \sum_{i=1}^n i = \sum_{i=1}^n Y_i \\ a_0 * \sum_{i=1}^n i + a_1 * \sum_{i=1}^n i^2 = \sum_{i=1}^n Y_i * i \end{array} \right. \quad (4.12)$$

3. Вторая составляющая нетто-ставки – рисковая надбавка определяется как

$$T_p = \beta(\gamma; n) * \sigma$$

Для определения рискованной надбавки необходимо рассчитать среднее квадратическое отклонение фактических значений убыточности от выровненных значений:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i^* - Y_i^2)}{n - 1}} \quad (4.13)$$

$\beta(\gamma; n)$ – коэффициент, используемый при исчислении рискованной надбавки, зависящий от заданной гарантии безопасности и числа анализируемых лет (табл. 4.2).

Таблица 4.2

n	γ				
	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
3	2,972	6,649	13,640	27,448	68,740
4	1,592	2,829	4,380	6,455	10,449
5	1,184	1,984	2,850	3,854	5,500
6	0,980	1,596	2,219	2,889	3,900

4. На основе полученных составляющих рассчитывается нетто-ставка

$$T_n = T_0 + T_p = Y^* + \beta((\gamma, n)) * \sigma . \quad (4.14)$$

Таким образом, применяя одну из предложенных методик, можно определить нетто-ставку по любому виду страхования, не относящемуся к страхованию жизни.

4.2. Особенности расчета тарифов в добровольном медицинском страховании

Добровольное медицинское страхование имеет некоторые отличительные особенности по сравнению с прочими видами добровольного страхования. Во-первых, ДМС предполагает не только оплату, но и организацию лечения. Во-вторых, оплачивая лечение, страховая компания рассчитывается не с самим застрахованным, а медицинским учреждением, предоставляющим услуги.

Организация лечения предполагает предоставление медицинских услуг в рамках одной из программ, предлагаемых страховщиками. Основными из таких программ являются:

- Амбулаторное лечение;
- Стационарное лечение;
- Стоматологическое обслуживание;
- Специализированная диагностика заболеваний;
- Протезирование;
- Родовспоможение и т.д.

Стоимость предоставления медицинских услуг принимается на основе соглашений между медицинским учреждением и страховой компанией и является основой построения тарифов в ДМС.

Договоры добровольно медицинского страхования заключаются с лицами, отличающимися по возрасту, состоянию здоровья, условиям труда и образу жизни и т.д. Вероятность наступления страхового случая в разных группах различна. Несмотря на это, актуарии опираются на общие принципы дифференциации тарифных ставок в ДМС. Указанные признаки принимаются за факторы риска и выражаются в поправочных коэффициентах. Тарифные ставки могут дифференцироваться по возрасту, полу, местности проживания, количеству застрахованных¹.

При расчете тарифов по ДМС используются данные статистики здравоохранения или специальной медицинской статистики, которые учитывают как основные демографические показатели (продолжительность жизни, уровень рождаемости и смертности), так и показатели заболеваемости.

Страховой случай в ДМС – это обращение к врачу. Поэтому тарификация в ДМС – это определение цены затрат, связанных с лечением и восстановлением здоровья. Тарифы рассчитываются для каждой программы, предлагаемой страховщиком, по классической методике, но с некоторыми особенностями.

Данная особенность проявляется в том, что каждое страховое событие – болезнь застрахованного, может повлечь за собой более одного страховых случаев – обращений за медицинской помощью. Число обращений может колебаться от одного до некоторого числа m за период действия договора страхования.

Для определения основной части нетто-ставки необходимо определить вероятность обращений за медицинской помощью по i -ому виду заболевания,

¹ Страхование: учеб. пособие / под ред. проф. В.И. Рябикина. М.: Экономистъ, 2006. 250 с.

покрывающегося программой страхования, т.е. По i -ому виду страховых случаев. Данное значение определяется из статистических справочников, характеризующих показатели заболеваемости той или иной болезнью в расчете на 1000 человек населения (пример таких данных по амбулаторному лечению представлен в табл. 4.3.) В случае небольшого контингента застрахованных или отсутствия статистических данных число обращений можно оценить экспертным путем.

Вероятность обращения за медицинской помощью по поводу одного из заболеваний q_i определяется

$$q_i = m_i / 1000$$

Общая средняя вероятность для комплекса заболеваний, входящих в ту или иную программу исчисляется по формуле

$$\bar{q} = 1 - (1 - q_1)(1 - q_2) \dots (1 - q_n)$$

Статистика заболеваемости по болезням¹

Таблица 4.3.

№	Тип болезни, n	Число обращений на 1000 населения по программам амбулаторного лечения, m _i
1	Инфекционные и паразитарные болезни	52,98
2	Новообразования	18,02
3	Болезни эндокринной системы, расстройства	14,67
4	Болезни крови и кроветворных органов	1,70
5	Психические расстройства	53,17
6	Болезни нервной системы и органов чувств	84,25
7	Болезни кровообращения	72,99
8	Болезни органов дыхания	405,91
9	Болезни органов пищеварения	54,74
10	Болезни мочеполовой системы	44,58
11	Беременность, роды	4,42
12	Болезни кожи и подкожной клетчатки	54,00
13	Болезни костно-мышечной системы и соединительной ткани	62,30
14	Врожденные аномалии	4,08
15	Отдельные состояния, возникающие в перинатальном периоде	0,39
16	Симптомы, признаки и неточно обозначенные состояния	3,84
17	Травмы и отравления	28,02

Данный показатель свидетельствует: сколько из каждой 1000 человек в среднем за год будет обращений за медицинской помощью.

¹ Кагаловская Э.Т., Попов А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни): практ. пособие. М.: Анкил, 2000.

Учитывая, что страховщик должен располагать фондом, которого хватит на все страховые выплаты, данная сумма может иметь довольно значительный размер, что скажется на величине тарифа в целом.

Однако на практике количество посещений медицинских учреждений одними людьми отличается от количества посещений другими за один страховой случай. Т. Е. один переносит заболевание легко и на его лечение страховщик тратит немного средств, другой, напротив, очень тяжело и его лечение обойдется гораздо дороже. Таким образом, можно определить среднюю стоимость страхового случая, т.е. Среднюю выплату.

На каждый страховой случай – обращение к врачу приходится несколько посещений. По данным медицинских учреждений можно выяснить, сколько приходится в среднем посещений на одно обращение. Обозначив эту величину через k и определив стоимость одного посещения как u_k вычислим среднюю стоимость (среднюю выплату) страхового случая u

$$U = u_k * k$$

Страховая сумма S , т.е. сумма, в пределах которой страховщик оплачивает лечение определяется на основе максимального числа посещений, приходящихся на одно обращение k_{max}

$$S = k_{max} * u_k$$

Поскольку страховая сумма (по крайней мере, в одном медицинском учреждении) для всех застрахованных одинаковая, она же будет являться и средней.

Снижение размера основной нетто-ставки возможно с помощью коэффициента соотношения рисков k_r , который равен средней выплате, деленной на среднюю страховую сумму¹. Суть его заключается в том, что он сглаживает колебания числа посещений врача в рамках страхового случая среди всех застрахованных до некоторого среднего значения, определяя тем самым, *насколько в среднем исчерпываются страховые суммы.*

$$K_r = u / s = u_k * k / k_{max} * u_k = k / k_{max} \quad (4.15)$$

Умножив полученную выше среднюю вероятность наступления страхового случая q на коэффициент соотношения рисков k_r получим искомую основную часть нетто-ставки.

Вторая составляющая нетто-премии – рисковая надбавка учитывает ежегодные колебания вокруг обращаемости за медицинской помощью, т.е. вокруг q . Ее расчет возможен с помощью изложенной методики Росстрахнадзора одним из предлагаемых способов, рассмотренных в п.4.1. Выбор метода расчета зависит от наличия четкой статистической информации и опыта проведения подобных расчетов у страховой компании.

Практика показывает, что ДМС относится к «дорогим» разновидностям добровольного страхования.

¹ Кагаловская Э.Т., Попова А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни): практ. пособие. М.: Анкил, 2000.

Расчет тарифных ставок по программе стационарного лечения проводится аналогичным способом, используя показатели числа госпитализаций, среднее и максимальное число койко-дней.

Вопросы для самоконтроля

1. Основные особенности рискованных видов страхования.
2. Понятие тарификации, тарификационная система.
3. Порядок расчета нетто-ставки по рискованным видам страхования.
4. Методики расчета по рискованным видам страхования, особенности их применения.
5. Основные составляющие нетто-ставки по рискованным видам страхования.
6. Понятие и расчет основной части нетто-ставки.
7. Принцип расчета рискованной надбавки для отдельного риска.
8. Принцип расчета рискованной надбавки для совокупности рисков.
9. Особенности построения тарифов в добровольном медицинском страховании.

5. Актуарные расчеты в перестраховании

5.1. Моделирование перестраховочной защиты и методы ее оптимизации

Перестрахование – необходимое условие обеспечения финансовой устойчивости и нормальной деятельности любого страховщика вне зависимости от размера его собственного капитала и страховых резервов.

Перестраховочная деятельность позволяет повышать финансовую устойчивость страховых операций путем выравнивания страховых сумм принятых на страхование рисков, балансирования страхового портфеля и приведения потенциальной ответственности по совокупности рисков в соответствие с финансовыми возможностями страховщика.

Страховая компания нуждается в перестраховании, чтобы иметь возможность покрывать потери по единичным крупным рискам, потери в результате наступления катастрофических случаев либо потери по рискам в случае наступления более высокого, чем в среднем, количества страховых случаев, принимать на страхование большее количество рисков, чем без перестрахования. Данная услуга позволяет страховщику расширить перечень рисков, принимаемых в страхование, дает возможность страховщику защитить активы компании в случае неожиданно неблагоприятных результатов в одном из конкретных видов страхования.

В основе перестрахования лежит договор, который может быть заключен в одной из форм. По методу передачи риска и оформления правовых взаимоотношений перестрахователя и перестраховщика перестрахование делится на: факультативное, облигаторное или факультативно-облигаторное.¹

Теория и практика перестрахования выработала следующие основные группы перестраховочных договоров: пропорциональные (квотные, эксцедента сумм и квотно-эксцедентные), непропорциональные (эксцедента убытка и эксцедента убыточности)

Актуарные расчеты в перестраховании применяются для анализа следующих аспектов:

- объема риска, который, с учетом платежеспособности страховщика, можно безопасно удержать;
- степени и вероятности подверженности кумуляции рисков;
- потребности в катастрофическом перестраховании, с учетом подверженности страховщика как естественным, так и связанным с деятельностью человека катастрофам, и подходящие верхние и нижние пределы такого покрытия;
- степени возможной потребности в восстановлении покрытий;
- стоимости коммутации перестраховочного соглашения.

¹ Русакова О.И. Организация перестраховочной деятельности: учеб.-метод комплекс Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2007. 86 с.

Коммутация перестраховочного соглашения означает, что страховщик принимает фиксированную премию сейчас, а перестраховщик в будущем не делает никаких платежей страховщику, т.е. страховщик обменивает будущее возмещение на фиксированную сумму.

При этом определение количественных параметров, определяющих политику страховой компании в части перестрахования, является одной из основных актуарно-математических задач, стоящих перед страховщиками. Главным параметром указанного рода является величина собственного удержания.

Собственным удержанием называется часть страховой суммы, которую страховая компания оставляет или «удерживает» на своей ответственности и в пределах которой она считает целесообразным возместить возможные убытки. Эту сумму определяют отдельно по страховому полису, одному риску или ряду рисков. Доли рисков сверх этого определенного уровня компания передает в перестрахование¹.

При определении собственного удержания могут быть использованы и другие термины: нетто-удержание или сумма ответственности, уровень удержания, удержание, а иногда и – франшиза.

В зависимости от вида страхования и его объекта, а также перестраховочного договора собственное удержание может быть выражено в виде абсолютной суммы (если иметь в виду ее определение как части страховой суммы или части убытка, погашаемой за счет принимающей компании) или в виде доли страховой суммы, выраженной в процентах. Могут иметь место случаи с нулевым собственным удержанием. Это так называемое фронтингование. Фронтинговая компания выдает свой полис по просьбе другой компании, которая затем весь этот риск принимает в перестрахование. За ведение дела по принятию страхования, а также за то, что фронтинговая компания несет юридическую ответственность перед страхователем, она имеет право на определенное вознаграждение.

Размер собственного удержания – очень важный показатель как для перестрахователя, так и для перестраховщика. Для перестрахователя удержание означает величину риска, которая не приведет к ухудшению относительной устойчивости финансовых результатов страхования. С другой стороны, передача излишней части риска означает относительное увеличение расходов на ведение дела, поскольку помимо обычных расходов (содержание аппарата, аренда или содержание помещения, оплата бланковых материалов, проведение рекламных компаний, выплата комиссии агентам и брокерам, расходы по ликвидации ущерба), приходится осуществлять расходы по перестрахованию (оформление новых договоров, передаточных документов, организацию учета и расчетов и т. п.). Кроме этого цедирующая компания теряет часть страховой прибыли, но получает комиссионное вознаграждение за переданные риски и при определенных обстоятельствах тантьему (участие в прибыли перестраховщика).

¹ Башарин Г.П. О перестраховании эксцедента убытка // Страховое дело. 2003. № 3. С. 52–64.

Перестраховщику размер собственного удержания перестрахователя также небезразличен. Заниженный размер собственного удержания не дает перестраховщикам уверенности в том, что перестрахователь достаточно внимателен при приеме рисков на страхование, поскольку при очень низком удержании отрицательные результаты по этому виду страхований могут быть перекрыты, если не полностью, то в значительной мере, за счет комиссии и тантьемы.

Обоснование размера собственного удержания должно проводиться с учетом всех перечисленных обстоятельств, кроме того, оно должно быть закончено до принятия рисков на страхование, поскольку удержание может повлиять на страховые условия.

Для определения собственного удержания существует ряд рекомендаций, которые необходимо учесть при его определении¹:

- средняя доходность или средняя убыточность по отдельным видам страхования или по его объектам. Чем выше доходность и чем ниже убыточность, тем выше может быть уровень удержания, и наоборот;

- чем больше территориальная рассредоточенность объектов страхования, тем меньшая вероятность кумуляции убытков, тем больше может быть установлено собственное удержание;

- чем больше величина расходов на ведение дела, тем меньший уровень удержания следует установить, чтобы перестраховщик принимал участие в покрытии этих расходов;

- соотношение между размером собственного удержания и размером убытка должно быть таким, чтобы его выплата могла быть осуществлена вовремя и не привела бы к нарушению финансовой стабильности. С этой точки зрения следует попытаться размер собственного удержания соотнести с резервами и активами, учтя при этом структуру инвестиционного портфеля компании;

- чем больше величина собранной премии и чем незначительнее колебания по сравнению с принятыми рисками, тем большая величина собственного удержания при прочих равных обстоятельствах может быть установлена;

- андеррайтинговая политика: чем более компетентны андеррайтеры, тем выше может быть лимит удержания. Это объясняется тем, что сбалансированность страхового портфеля обеспечивается за счет правильного выбора видов страхования, оценки риска, определения условий страхования, в т. ч. и ограничений, установления комиссионных, а также определения размера собственного удержания и способов перестраховочной защиты.

При определении размера собственного удержания необходимо иметь в виду, что:

- можно устанавливать максимальный уровень удержания или средний уровень для обычного, нормального риска,

- следует учесть общую сумму нетто-премии, собранной по всем видам страхования,

¹ Камынкина М.Г., Солнцева Е.Е. Перестрахование. Практическое руководство для страховых компаний. – М.: АО «ДИС», 1994. 137 с.

– определить какие убытки не приведут к ухудшению финансового положения страховой компании.

При расчетах размера собственного удержания можно использовать способ, предложенный в практическом пособии по перестрахованию.¹

Формула размера собственного удержания, учитывающая те факторы, которые показаны выше:

$$R = 2k^2(\sum P), \quad (5.1)$$

где R – максимальное собственное удержание (Retention), при котором не произойдет ухудшения финансовой устойчивости проводимых страховых операций;

k – коэффициент, характеризующий степень финансовой устойчивости страховых операций;

$\sum P$ – совокупная сумма нетто-премии, собранная по всем принятым договорам страхования.

Для исчисления коэффициента k нужно иметь в виду, что нетто-премия или рисковая часть премии рассчитывается исходя из средней вероятности наступления убытка, а отклонения от нее определяются при помощи расчета среднеквадратического отклонения. Это означает, что есть совершенно одинаковые шансы выплатить в текущем году рисковую часть премии, увеличенную или уменьшенную на среднеквадратическое отклонение. Однако эти расчеты следует проводить по группам рисков, которые имеют одинаковую сумму страхового обеспечения. Если страховое событие для одного объекта, не влечет за собой убытка по другому объекту, т. е. принятые риски независимы друг от друга, тогда среднеквадратическое отклонение всех принятых рисков можно определить как сумму квадратов средних отклонений по каждой из групп страхований. Подводя итоги, приведем формулу исчисления коэффициента, определяющего степень финансовой устойчивости страховых операций.²

$$k = \frac{\sqrt{O_1^2 + O_2^2 + \dots + O_n^2}}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}, \quad (5.2)$$

где O_1, O_2, \dots, O_n — среднеквадратические отклонения по группам принятых рисков.

Коэффициент финансовой устойчивости можно определить, используя следующую формулу:

$$k = \sqrt{\frac{1-q}{n \times q}}, \quad (5.3)$$

где q – убыточность страховой суммы, которая исчисляется как отношение суммы страхового возмещения к совокупной страховой сумме, т. е. к максимально возможному страховому возмещению;

n – количество застрахованных объектов.

¹ Камынкина М.Г., Солнцева Е.Е. Перестрахование.

² Там же.

Однако приведенные формулы носят достаточно общий характер и не отражают нюансов определения размера собственного удержания в каждом конкретном случае.

В связи с тем, что перестрахование производно от страхования, базируется на прямом принятии рисков, при определении размера собственного удержания по видам страхования важно учитывать практически те же факторы, которые определяют условия, в т. ч. и ограничения, для проведения страховых. Так, если при страховании грузов, нужно учесть качество товара, его упаковку, средства транспортировки, количество остановок и перегрузок, то страхование от пожара предполагает определение местонахождения объекта, его качество, способы защиты, покрытие.

Именно поэтому некоторые страховые компании используют схему построения лимитов максимального удержания в зависимости от тарифа или ставки страховой премии. Этот подход базируется на том, что нетто-ставка (если она правильно рассчитана) отражает «качество» покрываемого риска. Поэтому для «меньшего» риска ставка понижается, т. е. предполагается, что вероятность наступления убытка небольшая, следовательно, компания может увеличить размер собственного удержания, и наоборот.

Однако, кажущаяся логичность такой схемы, не учитывает того, что ставки премии, которые исчисляются на неполной базе, не могут учесть влияния всех факторов. Поэтому предпочтительнее является построение таких схем, которые бы учитывали максимально возможное количество факторов. Так, если учесть категорию риска в соответствии со ставкой страховой премии, безопасность местонахождения, качество, защиту от риска и т.п., то дифференциация уровня удержания будет в большей мере соответствовать реальному положению дел. Это связано с тем, что расчет нетто-ставки производится по обычным или усредненным рискам, а риски, которые покрываются в действительности могут существенно отличаться от такой нормы. Хотя нельзя не отметить, что чем более дифференцированы ставки страховой премии, чем большее количество обстоятельств, влияющих на степень риска, учитывалось при их расчете, тем больше ставки, определенные таким образом, отражают реальные вариации рисков.

Можно, опираясь на имеющийся опыт страховщика, попробовать определить, какой суммой страховая компания могла бы рисковать, не неся при этом чрезмерных финансовых потерь. При таком подходе можно исходить из определенного процента от различных средств и резервов. Хотя до окончательного решения этого вопроса все-таки имеет смысл проанализировать предложения по перестраховочной защите.

Эпизодическое проведение перестрахования позволяет при неудачном определении собственного удержания изменить его размер в нужном направлении при заключении следующего соглашения. Но договорные методы проведения перестраховочных операций предполагают такой уровень удержания, который был заранее согласован сторонами. В таком случае изменение уровня удержания можно будет проводить с согласия перестраховщика и оформлять как дополнение к договору.

Так же для определения собственного удержания может использоваться метод, когда удержание ставится в зависимость от максимально возможного убытка (или оценочного, или ожидаемого убытка).

Методики определения величины собственного удержания зависят также от вида договора перестрахования.

5.2. Актуарные расчеты при квотно-пропорциональном перестраховании

Задача определения максимально допустимого собственного удержания страховой компании в ситуации, когда часть ответственности по новому риску или по целой группе рисков может быть передана в квотно-пропорциональное перестрахование рассматривается в разных источниках.¹

В распоряжении страховой компании имеется страховой портфель (СП), состоящий из N договоров страхования. Присоединение к имеющемуся СП нового риска (договора) приводит к образованию «пополненного» СП, состоящего из $N + 1$ договоров страхования.

Обозначим случайную величину (с.в.), равную сумме предстоящих страховых выплат по договорам имеющегося СП, через V_0 , а случайную величину, равную сумме предстоящих возмещений по новому договору страхования для случая, когда имеет место полная ответственность (без передачи части риска в ответственности в перестрахование), через V .

Предположим, что на момент рассмотрения нового риска в распоряжении страховщика имеется следующая информация о сложившемся портфеле и новом договоре страхования:

L_0 – математическое ожидание случайной величины V_0 (предстоящих выплат по имеющемуся СП);

G_0^2 – дисперсия этой же случайной величины;

T_0 – полная сумма страховых премий по имеющемуся страховому портфелю за вычетом уже сделанных выплат возмещений;

U – имеющийся в распоряжении страховщика начальный капитал, предназначенный для покрытия возможных убытков по данному страховому портфелю.

Пусть далее страховщику известна следующая информация о новом договоре:

S – полный объем страховой ответственности;

L – математическое ожидание случайной величины V , т.е. предстоящих выплат по новому ДС при полной ответственности S ;

G^2 – дисперсия этой же случайной величины,

T – полная премия (при полной ответственности S) по новому договору страхования.

¹ Шоргин С. Я. О вычислении величины собственного удержания при квотно-пропорциональном перестраховании // Финансы. 1995. № 7. С. 44–52.

В соответствии с введенными выше обозначениями имеем

$$E(V_0)=L_0, \quad E(V)=L, \quad D(V_0)=G_0^2, \quad D(V)=G^2.$$

Традиционным количественным условием принятия на страхование нового риска является требование, чтобы вероятность безубыточности операций страхования по данному страховому портфелю являлась приемлемой для страховщика. Под безубыточностью понимается событие, заключающееся в том, что суммы страхового фонда, образованного за счет собранных страховых премий (имеются в виду нетто-премии) за вычетом уже выплаченных по этому СП страховых возмещений, и имеющегося у страховщика начального капитала окажется достаточно для осуществления возможных страховых выплат по всему СП. Вероятность безубыточности можно считать мерой финансовой устойчивости страховщика.

Минимально допустимая вероятность собственной безопасности γ задается самим страховщиком. Формально это условие можно записать следующим образом:

$$P \{U + T_0 + T \geq V_0 + V\} \geq \gamma, \quad (5.4)$$

где γ — задаваемый страховщиком уровень гарантии безопасности.

Возможен другой подход к вопросу принятия нового риска в страхование, являющийся частным случаем предыдущего и столь же часто предлагаемый в страховой литературе: вероятность, выписанная в левой части (3.4), должна быть не меньше чем вероятность безубыточности до принятия нового риска (финансовая устойчивость не должна уменьшиться). Формально это можно записать как

$$P \{U + T_0 + T \geq V_0 + V\} \geq P \{U + T_0 \geq V_0\}, \quad (5.5)$$

Если неравенство (5.4) (или, соответственно, (5.5)) не выполняется, то новый риск не может быть принят на страхование в «полном объеме» (т.е. с максимальной ответственностью S), и возникает необходимость перестрахования.

Возможность передачи нового риска в факультативное квотно-пропорциональное перестрахование означает, что:

- передача данного риска в перестрахование полностью зависит от желания страховщика (в отличие от облигаторных договоров);
- страховая премия и общая сумма убытков по данному договору страхования делятся между страховщиком и перестраховщиком (перестраховщиками) пропорционально максимальным суммам ответственности, находящимся на удержании страховщика и всех перестраховщиков по данному договору страхования, в сумме эти лимиты ответственности составляют полную максимальную ответственность (страховую сумму) по договору страхования S .

Необходимо отметить, что в данном подходе не учитывается перестраховочная комиссия, которую получает страховщик в результате передачи части риска другим страховым (перестраховочным) комиссиям. Предполагается, что

страховщик обладает достаточно большим страховым портфелем, так что имеется возможность использования центральной предельной теоремы.

В случае, когда страховщик оставит на своем удержании по новому (N+1)-му договору страхования не полную сумму S , а некоторую меньшую сумму S' , обозначим символом V' случайную величину, равную величине страхового возмещений выплачиваемого страховщиком по данному договору страхования при собственном удержании, равном S' . При этом

$$V'=(S'/S)V \quad (5.6)$$

Т.е. случайная величина убытков страховщика пропорциональна величине собственного удержания по новому риску. Аналогичным образом премия, остающаяся у страховщика при собственном удержании, равном S' , равна

$$T'=(S'/S)T \quad (5.7)$$

Пусть $S'=rS$, $0 \leq r \leq 1$. Величину r называют относительным собственным удержанием или квотой. Формулы (5.6) и (5.7) можно переписать как $V'=rV$, $T'=rT$.

В соответствии с (5.4) должно выполняться условие

$$P \{U + T_0 + T' \geq V_0 + V' \} \geq \gamma,$$

В силу центральной предельной теоремой, для любого $S' \leq S$ случайная величина

$$\frac{V_0 + V' - E(V_0) - E(V')}{\sqrt{D(V_0) + D(V')}}$$

при больших N распределена с достаточной точностью по нормальному закону.

Так как $E(V') = rL$, $D(V') = r^2 G^2$, то (5.6) можно переписать так:

$$P_y = 1 - \Phi \left\{ \frac{U + T_0 - L_0 + r(T - L)}{\sqrt{G_0^2 + r^2 G^2}} \right\} \leq 1 - \gamma, \quad (5.8)$$

Величина P_y является оценкой вероятности убыточности операций страхования по всему страховому портфелю, состоящему из N+1 договору страхования (и при собственном удержании по (N+1)-му договору страхования, равном S').

Задача состоит в нахождении такого наибольшего $r \leq 1$, что выполняется условие (5.8).

Вычисление параметров вида L_0, L и особенно дисперсий G_0^2, G^2 может представлять трудность для страховщика. Поэтому предлагается метод упро-

щенного расчета вероятностных характеристик страхового портфеля и нового риска, необходимых для оценки СУ.¹

Пусть страховой портфель состоит из N договоров страхования. Максимальный объем ответственности страховщика по договору (страховую сумму) обозначим $S(i)$, полученную страховщиком (нетто-премию) – $T(i)$.

Предположим, что известно также среднее значение $L(i)$ случайной величины $V(i)$, равной сумме выплат по i -му договору. Отметим, что величина $L(i)$ должна оцениваться страховщиком, в частности, при определении $T(i)$. Дисперсию с.в. $V(i)$ обозначим через $G^2(i)$. Если оценка этой величины страховщиком не проводилась, то можно в качестве такой оценки использовать следующую величину

$$G^2(i) = S(i)L(i) - L^2(i) \quad (5.9)$$

С помощью указанных характеристик отдельных рисков можно вычислить необходимые параметры страхового портфеля:

$$\begin{aligned} L_0 &= L(1) + \dots + L(N), \\ G_0^2 &= G^2(1) + \dots + G^2(N). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Если по данному страховому портфелю уже выплачена в качестве страховых возмещений сумма W , то

$$T_0 = T(1) + \dots + T(N) - W \quad (5.11)$$

Что касается нового риска, то величина G при известных L и S может быть оценена как

$$G^2 = SL - L^2. \quad (5.12)$$

5.3. Определение величины собственного удержания при эксцедентном перестраховании

Другой подход рассматривает определения оптимальных условий договора пропорционального перестрахования с эксцедентом суммы². При такой модели страховщик максимизирует свою прибыль, которую определяется как разница между премией страховщика (собранный премия минус премия перестраховщика плюс комиссионные) и убытками, выплаченными страховщиком.

В то же время страховщик задается определенным уровнем убыточности, который должен быть реализован. В практике страховщик ограничивает значение убыточности, и фактическое значение убыточности не должно превосхо-

¹ Маничев В.М., Новиков В.В. Оценка качества страхового портфеля и эффективности страхового бизнеса // Страховое дело. 2005. № 2. С. 10

² Измайлов В. Определение оптимальных условий договора перестрахования Surplus // Там же. 2000. С. 40–43.

дить планового значения. Допускается, что страховщик стремится к тому, чтобы фактическое значение убыточности совпадали с плановым. Это можно объяснить тем, что, чаще всего (но не всегда) страховщик, получивший меньшее значение убыточности, получает меньшую прибыль. Поэтому есть смысл заключить договор так, чтобы убыточность достигала максимально возможного значения, а прибыль (в которой страховщик заинтересован более, чем в коэффициенте) была больше.

При определении оптимальных условий договора можно воспользоваться методом *ex post*. Суть этого метода в предположении о том, что статистика заключенных договоров и убытков по ним в следующем периоде будет мало отличаться от статистики данного периода, тогда значения переменных модели (они же условия договора), которые были бы оптимальными для прошлого периода будут близки к оптимальным для будущего периода.

Если это предположение выполняется, то, определив условия, оптимальные для прошлого периода, страховщик может назначить эти условия в договоре перестрахования на будущий период.

На основании описанного метода можно построить модель определения оптимальных условий договора пропорционального перестрахования (с эксцедентом суммы), а также исследовать зависимости финансовых результатов от значения собственного удержания.

Как было сказано выше, при перестраховании с эксцедентом суммы перестраховщик предоставляет защиту и участвует в урегулировании убытков по договорам со страховыми суммами, превышающими приоритет перестрахователя. Выбор приоритета – ключевой момент определения параметров договора перестрахования. В сочетании с тарифом перестрахования на основе статистических данных за выбранный период можно определить и другие характеристики договора, интересующие обе стороны:

- премия у перестрахователя;
- премия у перестраховщика;
- сумма ответственности у перестрахователя;
- сумма ответственности у перестраховщика;
- сумма выплат перестрахователя;
- сумма выплат перестраховщика;
- уровень убыточности перестрахователя;
- уровень убыточности перестраховщика;
- прибыль перестрахователя с учетом танъемы;
- прибыль перестраховщика с учетом танъемы.

Сформулируем условия задачи и введем обозначения:

S_i – страховая сумма по i -му договору страхования;

P_i – премия, полученная по i -му договору страхования до перестрахования;

U_i – страховая выплата по i -му договору страхования;

L – лимит собственного удержания;

T – тариф по договору перестрахования;

N – общее число договоров страхования;

N_1 – число договоров страхования со страховой суммой, не превышающей лимита собственного удержания;

R_i – доля ответственности перестраховщика по i -му договору страхования.

Если страховая сумма договора не превышает значения лимита собственного удержания, то доля ответственности перестраховщика по этому договору равна нулю (т.е. договор не подлежит перестрахованию).

Если страховая сумма i -го договора больше значения лимита, то доля ответственности перестраховщика по этому договору равна $R_i = (S_i - L) / S_i$.

Учитывая данные обозначения для перечня договоров, ранжированного по возрастанию страховой суммы, характеристики перестрахования будут следующими (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Расчет показателей перестраховочной деятельности

Показатель	Формула расчета показателя
Премия у перестрахователя после перестрахования	$\sum_{i=1}^{N_1} P_i + \sum_{i=N_1+1}^N (P_i - (S_i - L) * T)$
Доля премии перестрахователя	$[\sum_{i=1}^{N_1} P_i + \sum_{i=N_1+1}^N (P_i - (S_i - L) * T)] / \sum_{i=1}^N P_i$
Сумма ответственности у перестрахователя	$\sum_{i=1}^{N_1} S_i + L * (N - N_1)$
Показатель	Формула расчета показателя
Доля ответственности у перестрахователя	$[\sum_{i=1}^{N_1} S_i + L * (N - N_1)] / \sum_{i=1}^N S_i$
Сумма выплат перестрахователя	$\sum_{i=1}^N (1 - R_i) * U_i$
Доля выплат перестрахователя	$\sum_{i=1}^N (1 - R_i) * U_i / \sum_{i=1}^N U_i$
Убыточность перестрахователя	$[\sum_{i=1}^N (1 - R_i) * U_i] / [\sum_{i=1}^{N_1} P_i + \sum_{i=N_1+1}^N (P_i - (S_i - L) * T)]$
Прибыль перестрахователя	$[\sum_{i=1}^{N_1} P_i + \sum_{i=N_1+1}^N (P_i - (S_i - L) * T)] - [\sum_{i=1}^N (1 - R_i) * U_i]$
Премия, переданная перестраховщику	$\sum_{i=N_1+1}^N (S_i - L) * T$
Доля премии перестраховщика	$\sum_{i=N_1+1}^N (S_i - L) * T / \sum_{i=1}^N P_i$
Сумма ответственности у перестраховщика	$\sum_{i=N_1+1}^N (S_i - L)$
Доля ответственности у перестраховщика	$\sum_{i=N_1+1}^N (S_i - L) / \sum_{i=1}^N S_i$
Сумма выплат перестраховщика	$\sum_{i=N_1+1}^N R_i * U_i$

Показатель	Формула расчета показателя
Доля выплат перестраховщика	$\sum_{i=N+1}^N R_i * U_i / \sum_{i=1}^N U_i$
Убыточность перестраховщика	$[\sum_{i=N+1}^N R_i * U_i] / \sum_{i=N+1}^N (S_i - L) * T$

Данная модель позволяет:

- определить величину убыточности, прибыли и других финансовых показателей для заданного значения лимита собственного удержания;
- найти значение лимита собственного удержания, при котором реализуется заданное значение убыточности (при этом возможно варьировать значение тарифа перестрахования);
- моделировать зависимость финансовых результатов от значения лимита собственного удержания.

Учитывая, что облигаторное перестрахование является более практичным и доходным и часто используется страховыми компаниями по массовым видам страхования, использование рассмотренной модели весьма полезно деятельности страховщика.

Вопросы для самоконтроля

1. Виды и формы перестрахования.
2. Какие аспекты перестрахования исследуют актуарные расчеты?
3. Понятие собственного удержания.
4. Когда используется фронтингирование?
5. Параметры, используемые для определения величины собственного удержания.
6. Степень финансовой устойчивости по операциям перестрахования.
7. Особенности актуарных расчетов в различных формах перестрахования.
8. Модель определения оптимальных условий договора пропорционального перестрахования.
9. Зависимость финансовых результатов от значения собственного удержания.

6. Страховые резервы

6.1. Страховые резервы по видам иным, чем страхование жизни

Свою основную функцию – выполнение обязательства по страховым выплатам – страховая компания реализует за счет сформированных страховых резервов. Страховой резерв – это фонд, образуемый страховой компанией за счет полученных страховых взносов и предназначенный для выполнения принятых страховых обязательств в порядке и на условия, предусмотренных как существующим законодательством, так и заключенным договором страхования¹.

От того, насколько правильно рассчитываются страховые резервы зависит финансовая устойчивость страховщика, его платежеспособность, возможность выполнить принятые на себя финансовые обязательства.

Согласно законодательству РФ резервы делятся на две большие составляющие – страховые резервы по страхованию жизни и страховые резервы по страхованию иному, чем страхование жизни или по рисковому видам страхования.

Правила формирования резервов по рисковому видам страхования регулируются приказом № 51н от 11.06.02 «Об утверждении правил формирования резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».

Особенностью договора по рисковому видам страхования является:

- срок договора, как правило, не более чем на 1 год,
- покрытие различных видов риска,
- отсутствие инвестиционного дохода и капитализации взноса.

Эти моменты прямо отражаются на страховых обязательствах страховой организации и, следовательно, на размере резервов.

Состав страховых резервов по видам иным, чем страхование жизни представлен на рис. 1.

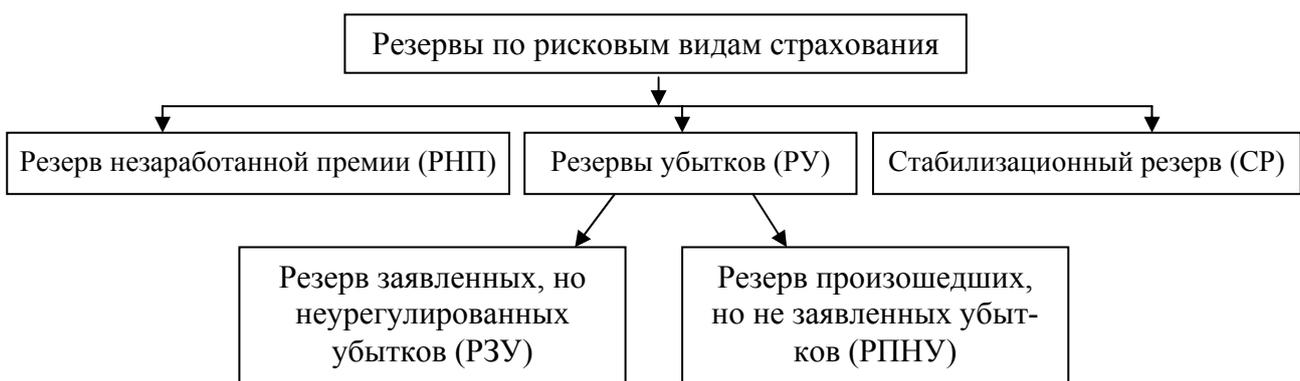


Рис. 6.1 Состав страховых резервов по видам страхования иным, чем страхование жизни

¹ Чернова Г.В. Основы экономики страховой организации по рисковому видам страхования. СПб.: Ритер, 2005. 240 с.

Задача, которую решает страховая организация при формировании страховых резервов – это аккумуляция средств, которые будут направлены на страховые выплаты при наступлении страхового случая. Каждая страховая организация рассчитывает страховые резервы на основании разработанного Положения о формировании страховых резервов по видам иным, чем страхование жизни. Такое положение должно быть основано на действующем законодательстве и содержать перечень страховых резервов и способы их расчета.

Базой для расчета страховых резервов является информация, содержащаяся в:

- журнале учета заключенных договоров страхования (сострахования);
- журнале учета убытков и досрочно прекращенных договоров страхования (сострахования);
- журнале учета договоров по принятому перестрахованию;
- журнале учета убытков по принятому перестрахованию.

Размер страховых резервов по видам страхования иным, чем страхование жизни отражает неисполненные или исполненные не до конца обязательства страховщика по договорам страхования по состоянию на отчетную дату.

Разделение резервов незаработанной премии и резервов убытков обусловлено следующим: РНП определяется будущими обязательствами страховщика по страховым случаям, которые носят вероятностный характер, а размеры резервов убытков определяются уже произошедшими страховыми случаями.

Правила расчетов РНП, РЗУ, РПНУ основаны на возможности количественной оценки риска. Для тех рисков, которые не поддаются количественной оценки или поддаются частично формируется стабилизационный резерв.

Для учета влияния различных факторов, при расчете страховых резервов все договоры страхования, сострахования и перестрахования делятся на 19 учетных групп:

- учетная группа 1. страхование (сострахование) от несчастных случаев и болезней;
- учетная группа 2. добровольное медицинское страхование (сострахование);
- учетная группа 3. страхование (сострахование) пассажиров (туристов, экскурсантов);
- учетная группа 4. страхование (сострахование) граждан, выезжающих за рубеж;
- учетная группа 5. страхование (сострахование) средств наземного транспорта;
- учетная группа 6. страхование (сострахование) средств воздушного транспорта;
- учетная группа 7. страхование (сострахование) средств водного транспорта;
- учетная группа 8. страхование (сострахование) грузов;
- учетная группа 9. страхование (сострахование) товаров на складе;

- учетная группа 10. страхование (сострахование) урожая сельскохозяйственных культур;
 - учетная группа 11. страхование (сострахование) имущества, кроме перечисленного в учетных группах 5–10, 12;
 - учетная группа 12. страхование (сострахование) предпринимательских (финансовых) рисков;
 - учетная группа 13. добровольное страхование (сострахование) гражданской ответственности владельцев автотранспортных средств; (в ред. Приказа Минфина РФ от 23.06.2003 № 54н).
 - учетная группа 13.1 обязательное страхование (сострахование) гражданской ответственности владельцев транспортных средств;
 - учетная группа 14. страхование (сострахование) гражданской ответственности перевозчика;
 - учетная группа 15. страхование (сострахование) гражданской ответственности владельцев источников повышенной опасности, кроме указанного в учетной группе 13;
 - учетная группа 16. страхование (сострахование) профессиональной ответственности;
 - учетная группа 17. страхование (сострахование) ответственности за неисполнение обязательств;
 - учетная группа 18. страхование (сострахование) ответственности, кроме перечисленного в учетных группах 13–17;
 - учетная группа 19. договоры, принятые в перестрахование, кроме договоров перестрахования, в соответствии с условиями которых у перестраховщика возникает обязанность по возмещению заранее установленной доли в каждой страховой выплате, производимой страховщиком по каждому принятому в перестрахование договору (договорам), по которому произошел убыток, подпадающий под действие договора перестрахования (договоры непропорционального перестрахования).
- Любой вид резерва рассчитывается по каждой учетной группе и затем суммируется в итоговую величину резерва страховой организации на отчетную дату.

6.1.1. Резерв незаработанной премии

Резерв незаработанной премии (РНП) есть денежная оценка будущих обязательств страховщика по страховым случаям, которые могут наступить в будущих периодах.

Основной для расчета РНП является брутто-премия по договору страхования. Основным числовым параметром, используемым для расчета РНП, является базовая страховая премия.

Базовая премия по договору БП рассчитывается как страховой взнос СВ, уменьшенный на величину В – вознаграждение, начисленное за заключение договора; ПМ – отчисления в резерв предупредительных мероприятий; ОО – обя-

зательные отчисления от страховой брутто-премии в случаях, предусмотренных законодательством.

$$БП = СВ - (В + ПМ + ОО)$$

Заработанная по договору премия ЗП представляется собой часть базовой премии, соответствующая сроку договора с момента его вступления в силу до отчетной даты. Это величина отвечает выполненным обязательствам и является доходом страховой организации.

Незаработанная премия по договору представляет собой часть базовой премии по этому договору, соответствующая неистекшему после отчетной даты сроку действия договора.

Для расчета величины РНП используются следующие методы:

- пропорциональный метод – метод *pro rata temporis* (1/365);
- паушальные методы – методы одной двадцать четвертой (1/24) и одной восьмой (1/8).

На момент вступления договора в силу резерв незаработанной премии равен величине базовой премии. По истечении договора данный резерв уменьшается и становится равным нулю на момент его окончания.

Расчет резерва незаработанной премии производится по формуле.

$$РНП = БП * k$$

где

$$k = 1 - t/T$$

Особенности расчета проявляются в зависимости от выбора метода расчета коэффициента k .

В пропорциональном методе принимается, что T – срок действия договора в днях; t – число дней с момента вступления договора в силу до отчетной даты.

Данный метод чаще всего используется в случаях, когда расчеты РНП проводятся по отдельному договору.

Особенностями использования паушальных (1/24 и 1/8) методов являются:

- число заключаемых договором достаточно велико, и расчет РНП производится сразу для группы договоров;
- каждому конкретному паушальному методу отвечает свой календарный период – промежуток времени, в течение которого договоры заключаются равномерно и по прошествии которого РНП необходимо пересчитывать.

Для целей определения размера РНП методами 1/24 и 1/8 год разбивается на периоды равные половине календарного периода. Для метода 1/24, предусматривающий календарный период равный 1 месяцу, год разбивается на 24 периода, каждый из которых равен полумесяцу. При этом дата заключения всех договоров в конкретном периоде принимается как 15 число этого месяца.

Для метода 1/8, предусматривающий календарный период равный 1 кварталу, год разбивается на 8 периодов, каждый из которых равен половине квартала. При этом дата заключения всех договоров в конкретном периоде принимается как середина этого квартала (15 число второго месяца этого квартала).

6.1.2. Резервы убытков

Резервы убытков формируются страховой организацией для того, чтобы иметь средства на предстоящие выплаты, о факте которых страхователи уже заявили страховщику и на те выплаты, которые в принципе могут иметь место в будущем. По фактам, известным страховщику формируется резерв произошедших, но неурегулированных убытков, а на основании прогноза убытков, который строится исходя из статистики убытков, рассчитывается резерв произошедших, но незаявленных убытков.

Расчет резерва заявленных, но неурегулированных убытков

Резерв заявленных, но неурегулированных убытков (РЗУ) представляет собой оценку неисполненных или исполненных не полностью на отчетную дату обязательств страховщика по осуществлению страховых выплат, включая сумму денежных средств, необходимых страховщику для оплаты экспертных, консультационных или иных услуг, связанных с оценкой размера и снижением ущерба, нанесенного имущественным интересам страхователя (расходы по урегулированию убытков)¹.

В качестве базы расчета РЗУ принимается размер неурегулированных на отчетную дату обязательств страховщика (данные журнала убытков), подлежащих к оплате в связи:

- со страховыми случаями, о факте наступления которых в установленном порядке заявлено страховщику;
- с досрочным прекращением или изменением условий договоров в случаях, предусмотренным законодательством.

Т.е. совокупный размер неурегулированных убытков включает величину заявленного убытка и величину возвращенных премий.

В понятие заявленного убытка входит величина ущерба, полученного результате наступления страхового случая и о факте которого страхователь заявил страховой организации в порядке, предусмотренным либо законодательством, либо условиями договора.

Для расчета РЗУ, величина неурегулированных на отчетную дату обязательств страховщика увеличивается на сумму расходов по урегулированию убытков в размере 3 % от ее величины.

$$\text{РЗУ} = 1,03 * \text{ЗУ}$$

Если о страховом случае страхователь заявил, но размер заявленного убытка, подлежащего оплате страховщиком в соответствии с условиями договора не установлен, то для расчета резерва принимается максимально возможная величина убытка, не превышающая страховую сумму.

¹ Приказ № 51н от 11.06.02 г. «Об утверждении правил формирования резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».

Для расчета РЗУ необходимо заполнить на основании данных Журнала убытков таблицу (таблица 3 приложение 3), где учесть все суммы неурегулированных убытков, имеющиеся у страховщика на отчетную дату.

Расчет резерва произошедших, но незаявленных убытков (РПНУ)

РПНУ является оценкой обязательств страховщика по осуществлению страховых выплат, включая расходы по урегулированию убытков, возникших в связи со страховыми случаями, произошедшими в отчетном или предшествующих ему периодах, о факте наступления которых в установленном законом или договорном порядке не заявлено страховщику в отчетном или предшествующем ему периодах¹.

Формирование такого резерва обусловлено не только теми финансовыми обязательствами, которые имеют место по уже известным страховым случаям, но и незаявленными убытками, которые могут иметь место по действующим договорам страхования. Именно поэтому данный резерв называют прогнозным резервом.

Базовыми расчетными показателями для формирования РПНУ являются:

- сумма оплаченных убытков – страховые выплаты;
- сумма заявленных, но неурегулированных убытков;
- заработанная страховая премия.

Страховые выплаты формируются по кварталам наступления убытков. Причем расчетный период, за который необходим анализ произошедших убытков, зависит от учетной группы, к которой относится тот или иной вид страхования. Так, для договоров страхования учетных групп 1–11 метод предполагает использование статистики убытков за 12 кварталов ($N = 12$), а по договорам страхования учетных групп 12–19 – расчетный период ограничивается 20 кварталами ($N = 20$)².

Сумма заявленных, но неурегулированных убытков определяется из базы расчета РЗУ.

Заработанная страховая премия определяется как страховая брутто-премия, начисленная в отчетном периоде, увеличенная на величину резерва незаработанной премии на начало отчетного периода и уменьшенная на величину РНП на конец этого же периода (табл. 4, прил. 3).

$$ЗСП = БП + \Delta РНП,$$

где $\Delta РНП = РНП_{\text{нач}} - РНП_{\text{кон}}$ – разница РНП на начало и конец каждого квартала оплаты, входящего в расчетный период.

Схема расчета РПНУ представлена рис. 6.2³.

¹ Приказ № 51н от 11.06.02 г. «Об утверждении правил формирования резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».

² Чернова Г.В. Основы экономики страховой организации по рисковому видам страхования.

³ Там же.

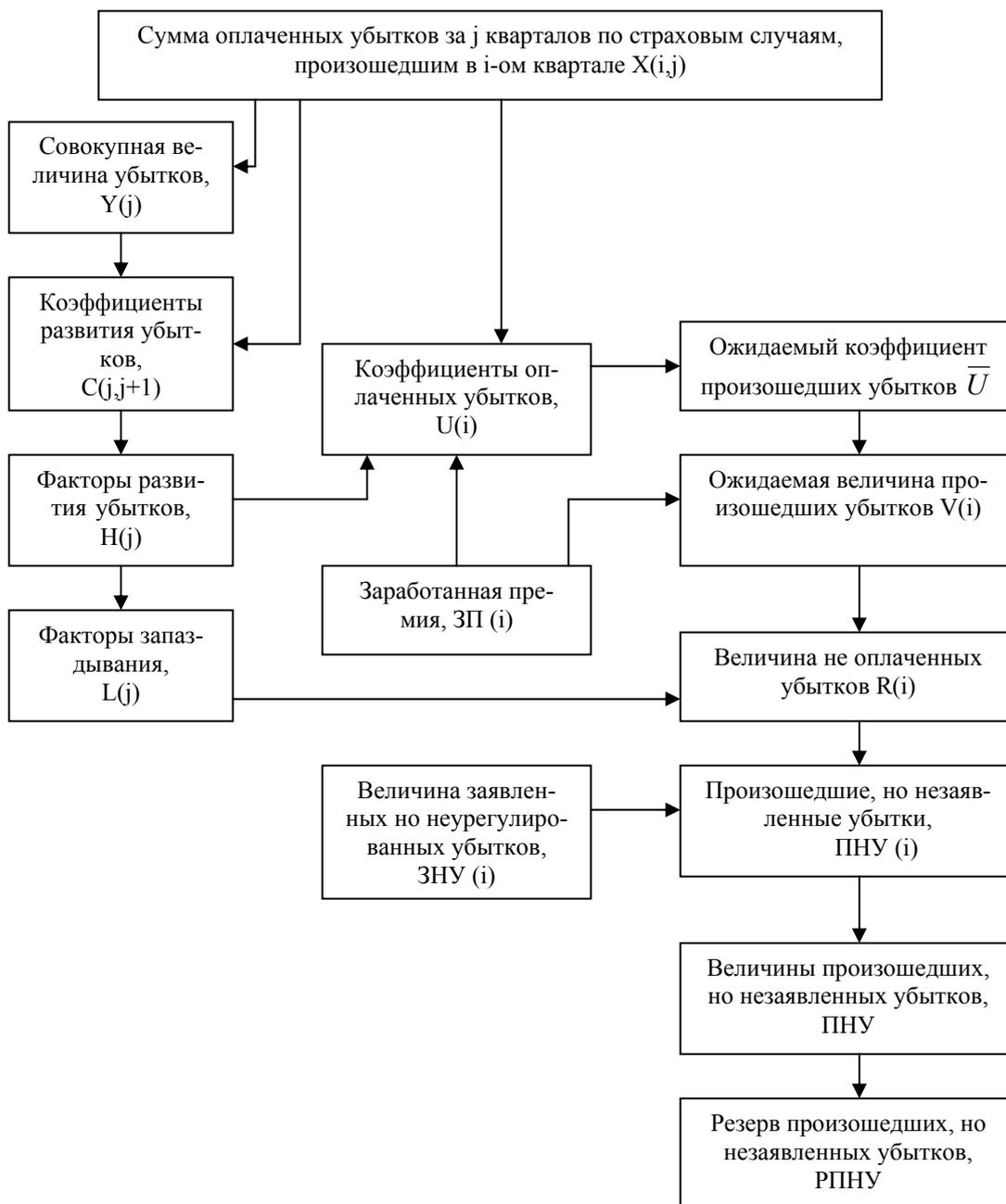


Рис. 6.2. Схема расчета резерва произошедших, но незаявленных убытков

Данные об оплаченных на отчетную дату убытках (страховых выплатах) группируются по периодам наступления этих убытков (кварталам, на которые приходятся даты наступления страховых случаев) и нарастающим итогом по периодам оплаты (развития) убытков (кварталам, в которые эти убытки были оплачены страховщиком) (табл. 6.1, табл. 5, прил. 3).

Фрагмент расчетной таблицы РПНУ
(матрица убытков, сгруппированных по кварталам наступления и оплаты)

		Период оплаты (развития) убытков (j) j-1,N					
		1	2	3	...	N-1	N
Период наступления убытков (i)	1	X(1,1)	X(1,2)	X(1,3)	...	X(1,N-1)	X(1,N)
	2	X(2,1)	X(2,2)	X(2,3)	...	X(2,N-1)	
	3	X(3,1)	X(3,2)	X(3,3)	...		
		
	N-2	X(N-2, 1)	X(N-2,2)	X(N-2,3)			
	N-1	X(N-1, 1)	X(N-1,2)				
	N	X(N, 1)					

$x(i,j)$ – убытки оплаченные на конец j -го периода оплаты убытков по страховым случаям, произошедшим в i -м периоде наступления убытков.

N – число кварталов, за которые рассматриваются данные об убытках.

Рассчитываем количественные показатели, данные которых вносим в расчетную таблицу (табл. 5, прил. 3)¹.

1. Рассчитываем совокупную величину убытков, произошедших во все периоды наступления убытков, оплаченной на конец каждого из последующих периодов оплаты

$$Y(j) = x(1,j) + x(2,j) + \dots + x(N-j+1,j)$$

2. Определяются коэффициенты развития убытков $C(j,j+1)$, соответствующие относительному увеличению совокупной величины оплаченных убытков от одного периода оплаты к последующему по формуле

$$C(j, j+1) = \frac{Y(j+1)}{Y(j) - x(N-j+1, j)}, \text{ если } Y(j) - x(N-j+1, j) \neq 0$$

$$C(j-1, j),$$

если $Y(j) - x(N-j+1, j) = 0$

3. Определяются факторы развития убытков $H(j)$ от каждого периода оплаты убытков до самого последнего из рассматриваемых периодов, соответствующие относительному увеличению совокупной величины оплаченных убытков от каждого из периодов оплаты убытков до последнего из рассматриваемых периодов

$$H(j) = C(j,j+1) * C(j+1,j+2) * \dots * C(N,N+1)$$

4. Для каждого периода оплаты убытков рассчитываются факторы запаздывания $L(j)$ равные доле произошедших убытков, оплаченной на конец каждого периода оплаты убытков

¹ Приказ № 51н от 11.06.02 «Об утверждении правил формирования резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».

$$L(j) = 1/H(j), j=1,2,\dots,N$$

5. Для каждого периода наступления убытков вычисляются коэффициенты оплаченных убытков $U(i)$

$$U(i) = \frac{x(i, N-i+1) * H(N-i+1)}{3\Pi(i)}, i=1,2,\dots,N$$

где $3\Pi(i)$ – заработанная страховая премия за i -ый период наступления убытков.

6. Рассчитываем ожидаемый коэффициент произошедших убытков \bar{U} показывающий ожидаемую убыточность по итогам N кварталов, как среднее значение коэффициентов оплаченных убытков. Если ожидаемый коэффициент произошедших убытков меньше единицы, то в целях расчета он принимается равным 1.

$$\bar{U} = \max\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U(i); 1\right)$$

7. На основе ожидаемого коэффициента произошедших убытков для каждого из периодов наступления убытков вычисляется ожидаемая величина произошедших убытков $V(i)$

$$V(i) = \bar{U} * 3\Pi(i), i=1,2,\dots,N$$

8. Для каждого из периодов наступления убытков суммарная величина произошедших, но не оплаченных на отчетную дату убытков $R(i)$ определяется как ожидаемая величина произошедших убытков, но неоплаченных, исходя из фактора запаздывания на отчетную дату:

$$R(i) = V(i) * (1-L(N-i+1)) i=1,2,\dots,N$$

9. Для каждого периода наступления убытков рассчитывается суммарная величина произошедших, но незаявленных убытков $\Pi\text{НУ}(i)$ как величина произошедших, но неоплаченных на отчетную дату убытков за минусом величины заявленных, но неурегулированных на отчетную дату убытков $\text{ЗНУ}(i)$ по страховым случаям, произошедшим в соответствующем периоде наступления убытков

$$\Pi\text{НУ}(i) = \max\{R(i) - \text{ЗНУ}(i); 0\} i=1,2,\dots,N$$

где $\text{ЗНУ}(i)$ – величина заявленных, но неурегулированных на отчетную дату убытков по страховым случаям, произошедшим в i -м периоде наступления убытков.

10. Определяется величина $\Pi\text{НУ}$ по расчетной группе как сумма $\Pi\text{НУ}$ для каждого из рассматриваемых периодов наступления убытков

$$\Pi\text{НУ} = \sum_{i=1}^N \Pi\text{НУ}(i)$$

7. Определяется итоговое значение РПНУ

$$РПНУ = 1,03 * ПНУ$$

Если коэффициент ожидаемых убытков принимался равным 1, то

$$РПНУ = \max \{1,03 * ПНУ; 0,1 * \sum ЗП(i)\}$$

6.1.3. Стабилизационный резерв

Для выполнения будущих обязательств по принятым рискам страховая организация формирует резерв незаработанной премии. Для рисков, по которым страховые случаи уже наступили или могут наступить формируются резервы убытков. Для покрытие оставшихся, трудноизмеримых рисков страховая организация формирует стабилизационный резерв¹.

Стабилизационный резерв (СР) – это оценка обязательств страховщика, связанная с осуществлением будущих страховых выплат в случае образования отрицательного финансового результата о проведения страховых операций в результате действий факторов, не зависящих от воли страховщика, или в случае превышения коэффициента состоявшихся убытков над его средним значением.

Коэффициент состоявшихся убытков – это отношение суммы произведенных в отчетном периоде страховых выплат по страховым случаям, произошедшим в этом периоде, резерва заявленных, но неурегулированных убытков и резерва произошедших, но незаявленных убытков, рассчитанных по убыткам, произошедшим в этом отчетном периоде к величине заработанной страховой премии за этот же период.

Расчет стабилизационного резерва производится в обязательном порядке по учетным группам 6, 7, 10, 12, 14, 15.

По учетным группам 1–5, 8, 9, 11, 13, 16–19 страховщик может производить расчет стабилизационного резерва в случае, если по учетной группе имеются существенные отклонения коэффициента состоявшихся убытков от его среднего значения.

Таким образом, в ряде случаев стабилизационный резерв может не формироваться. Такое разделение на две совокупности обусловлено учетом специфики рисков, входящих в учетные группы этих совокупностей. В первую совокупность входят учетные группы, в которых вероятность страхового случая невысока, сами случаи носят единичный характер, но величина ущерба по ним весьма существенна. Ко второй совокупности относятся учетные группы, в которых страховые случаи носят массовый характер, но величина ущерба ожидаема, а разброс значений невелик. Хотя и в этих группах возможны катастрофические ущербы, существенно влияющие на финансовую устойчивость страховой организации.

¹ Страхование: учеб. пособие / под ред. проф. В.И. Рябикина. – М.: Экономистъ, 2006. -250 с.

Отклонения по учетной группе считаются существенными, если оценка среднеквадратического отклонения значений коэффициента состоявшихся убытков S_k превышает 10 % средней величины коэффициента K :

$$S_k \geq 0,1 * \bar{K}$$

Расчет стабилизационного резерва по учетным группам 6,7,10, 12,14,15

В качестве базы расчета величины стабилизационного резерва принимается величина финансового результата от страховых операций по учетной группе. Процедура расчета стабилизационного резерва сводится к выполнению ряда шагов.

1. Заполнить исходную расчетную таблицу (табл. 6, прил. 3).
2. Рассчитать финансовый результат (стр. 32, табл. 6 и стр. 1, табл. 7, прил. 3).

Финансовый результат (ФЗ) по учетной группе определяется как сумма:

- Страховой брутто-премии, начисленной за отчетный период;
- Изменения резерва незаработанной премии, резерва заявленных, но неурегулированных убытков и резерва произошедших, но не заявленных убытков за отчетный период, уменьшенная на сумму:
 - отчислений от страховой премии, в случаях предусмотренных законодательством;
 - страховых выплат, произведенных за отчетный период;
 - страховых премий, возвращенных страхователям (перестрахователям в связи с досрочным прекращением договоров страхования за отчетный период в случаях, предусмотренным действующим законодательством)
 - расходов по ведению страховых операций, произведенных за отчетный период, в т.ч. затрат по заключению договоров, расходов по урегулированию убытков, вознаграждений и тантьем по договорам, переданным в перестрахование, за отчетный период.

$$\Phi P = БП_{ОП} - П_{перестрах.} + [РНП_{НОП} - РНП_{КОП}] + [РЗНУ_{НОП} - РЗНУ_{КОП}] + [РПНУ_{НОП} - РПНУ_{КОП}] - СВ - СП_{возвращ.} - РВСО$$

где $БП_{ОП}$ – страховая брутто-премия, начисленная в отчетном периоде

$П_{перестрах.}$ – перестраховочная премия, начисленная в отчетном периоде, по договорам, переданным в перестрахование;

$[РНП_{НОП} - РНП_{КОП}]$ – изменение резерва незаработанной премии за отчетный период;

$[РЗНУ_{НОП} - РЗНУ_{КОП}]$ – изменение резерва заявленных, но неурегулированных убытков за отчетный период;

$[РПНУ_{НОП} - РПНУ_{КОП}]$ – изменение резерва произошедших, но незаявленных убытков за отчетный период;

$СВ$ – страховые выплаты, произведенные за отчетный период;

$CP_{\text{возвращ}}$ – страховые премии, возвращенные страхователям за отчетный период;

$PBCO$ – расходы по ведению страховых операций за отчетный период за вычетом вознаграждений и тантьем.

3. Рассчитать предельный размер стабилизационного резерва (стр. 3, табл. 7, прил. 3).

$\lim CP = 2,5 * \max$ (страховая брутто-премия за последние 10 лет) для групп 6,7,10,14,15;

$\lim CP = 1,5 * \max$ (страховая брутто-премия за последние 10 лет) для группы 12.

Если нет данных о страховой брутто-премии за 10 лет, то используются данные по страховой брутто-премии по учетной группе за имеющееся число лет.

4. Рассчитать величину изменения стабилизационного резерва за отчетный период $V_{ИСР}$ (стр. 4, табл. 7, прил. 3).

Страховщик увеличивает стабилизационный резерв по учетной группе на 60 % финансового результата от страховых операций, если имеется превышение доходов над расходами:

$$V_{ИСР} = \Phi P * 0,6, \text{ если } \Phi P \geq 0, \text{ т.е.}$$

$$V_{ИСР} = \Phi P, \text{ если } \Phi P < 0, \text{ т.е.}$$

5. Определить промежуточный итог с учетом изменения величины стабилизационного резерва $Пр.итог$ (стр. 5, табл. 7, прил. 3).

$$Пр.итог = CP_{\text{НОП}} + V_{ИСР},$$

где $CP_{\text{НОП}}$ – величина стабилизационного резерва на начало отчетного периода.

6. Рассчитать стабилизационный резерв на отчетную дату (стр. 6, табл. 7, прил. 3).

$$CP = \max[\min(\lim CP, пр.итог); 0]$$

Расчет стабилизационного резерва по учетным группам 1-5,8,9,11,13,16-19

1. Заполнить исходную расчетную таблицу. (таблица 6 приложения 3)

2. Рассчитать финансовый результат (стр.32 таблицы 6 и стр. 1 таблицы 9 приложения 3)

Заработанная страховая премия-нетто-перестрахование определяется как

$$ЗСП = \max[BП_{\text{ОП}} - П_{\text{перестрах}} + (РНП_{\text{НОП}} - РНП_{\text{КОП}}); 0]$$

где $BП_{\text{ОП}}$ – страховая брутто-премия, начисленная в отчетном периоде

$П_{\text{перестрах}}$ – перестраховочная премия, начисленная в отчетном периоде, по договорам, переданным в перестрахование;

$[PНП_{НОП} - PНП_{КОП}]$ – изменение резерва незаработанной премии за отчетный период;

3. Рассчитать коэффициент состоявшихся убытков (стр. 33, табл. 6 и стр. 4, табл. 9, прил. 3).

$$K = \frac{CB_{ОП} - CB_{перестрах} + PЗНУ_{ОП} - PЗНУ_{перестрах} + PПНУ_{ОП} - PПНУ_{перестрах}}{ЗСП}, \text{ где}$$

$CB(стр.21)$ – страховые выплаты;

$CB_{перестрах} (стр.23)$ – часть перестрахования в страховых выплатах;

$PЗНУ_{ОП}(стр.11)$ – резерв заявленных, но неурегулированных убытков за отчетный период;

$PЗНУ_{перестрах.}(стр.13)$ – доля перестрахования в резерве заявленных, но неурегулированных убытков;

$PПНУ_{ОП}(стр.17)$ – резерв произошедших, но незаявленных убытков;

$PПНУ_{перестрах}(стр.19)$ – доля перестрахования в резерве произошедших, но незаявленных убытков.

4. Рассчитать среднюю величину состоявшихся убытков (стр. 3, табл. 9, прил. 3), используя вспомогательную табл. 8, прил. 3:

$$\bar{K} = \frac{1}{M} [K(1) + K(2) + \dots + K(M)] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M K(i)$$

Коэффициенты $K(i)$ – коэффициенты состоявшихся убытков, входящих в расчетный период

$$K(i) = \frac{CB_{ОП} - CB_{перестрах} + PЗНУ_{ОП} - PЗНУ_{перестрах} + (PПНУ_{КОП} - PПНУ_{НОП}) - (PПНУ_{перестрахКОП} - PПНУ_{перестрахНОП})}{ЗСП}$$

где $CB(стр.21)$ – страховые выплаты;

$CB_{перестрах} (стр.23)$ – часть перестрахования в страховых выплатах;

$PЗНУ_{ОП}(стр.11)$ – резерв заявленных, но неурегулированных убытков за отчетный период;

$PЗНУ_{перестрах.}(стр.13)$ – доля перестрахования в резерве заявленных, но неурегулированных убытков;

$K(i)$ – рассчитывается по каждому финансовому году, предшествующих отчетному и заносится в табл. 8, прил. 3, стр. 01–10 (за 10 лет). Если отсутствуют данные для расчета этих коэффициентов за 10 лет, то используются данные за известное число лет.

В этой же таблице рассчитывается отклонение, квадрат отклонения коэффициентов за ряд лет от средней величины состоявшихся убытков для каждого финансового года и оценка квадратического отклонения значения коэффициента состоявшихся убытков (гр. 3, стр.7, табл. 8, прил. 3):

$$Sk = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (k(i) - k)^2}{M - 1}},$$

где $k(i)$ – величина состоявшихся убытков за каждый финансовый год;
 M – число финансовых лет.

5. Рассчитать предельный размер стабилизационного резерва (стр. 3, табл. 9)

Предельный размер стабилизационного резерва рассчитывается на основе заработанной страховой премии за последний финансовый год, предшествующий отчетному периоду

$$ЗСП(M) = СП - СП_{перестрах} + (РНП_{НГ} - РНП_{КГ}) - (РНП_{перестрахНГ} - РНП_{перестрахКГ})$$

$\text{Lim } CP = 4,5 * Sk * ЗСП(M)$, где $ЗСП(M)$ – заработанная страховая премия за последний финансовый год

6. Рассчитать величину изменения стабилизационного резерва за отчетный период $V_{ИСР}$ (стр. 4, табл. 9 приложения 3)

$$V_{ИСР} = ЗП(k - \bar{k})$$

7. Определить промежуточный итог с учетом изменения величины стабилизационного резерва $Пр.итог$ (стр. 5 табл. 9).

$$Пр.итог = CP_{НОП} - V_{ИСР} \text{ (стр. 2, табл. 9, стр. 6, табл. 9),}$$

где $CP_{НОП}$ – величина стабилизационного резерва на начало отчетного периода

8. Рассчитать стабилизационный резерв на отчетную дату (стр. 6, табл. 9, прил. 3).

$$CP = \max[\min(\text{lim } CP, \text{пр.итог}); 0]$$

Изложенный алгоритм позволяет страховой организации рассчитать и сформировать страховые резервы, необходимые для выполнения своих финансовых обязательств перед страхователями.

6.2. Страховые резервы по страхованию жизни

Как было определено ранее, актуарные расчеты в страховании жизни имеют две области применения:

- исчисление тарифных ставок по договорам страхования жизни, что обеспечивает поступление необходимых средств для предстоящей выплаты;
- определение части страховой премии относящейся на формирование резерва.

В связи с этим, говорят о формировании резерва страховых взносов или математическом резерве, прирост которого является финансовым результатом операций по страхованию жизни наряду с прибылью страховой организации.

Большинство страховых организаций, действующих на территории России, представляют собой самостоятельные коммерческие структуры, целью работы которых является получение прибыли. Поскольку классическое страхование жизни представляет собой долгосрочный продукт, то аккумулируемые, посредством сбора страховых взносов, денежные фонды представляют ценный инвестиционный ресурс. В связи с этим не только страховые организации, но и государство в целом заинтересованы в развитии страхования жизни.

Формирование страховых резервов по страхованию жизни регулируется Приказом Министерства финансов Российской Федерации от 9 апреля 2009 г. N 32н в виде утвержденного порядка формирования страховых резервов по страхованию жизни.

Страховые резервы по страхованию жизни формируются для оценки обязательств страховщика, выраженных в денежной форме, по предстоящим страховым выплатам и обслуживанию этих обязательств по договорам страхования, сострахования, перестрахования (в части принятия страхового риска), относящимся к страхованию жизни, которое обеспечивает защиту имущественных интересов, связанных с дожитием граждан до определенного возраста или срока, со смертью, а также с наступлением иных событий в жизни страхователей (застрахованных), предусмотренных договором страхования (рождение ребенка, бракосочетание, достижение пенсионного возраста, потеря кормильца, утрата трудоспособности (инвалидность), заболевания, представляющие опасность для жизни), в том числе с участием страхователя (застрахованного) в инвестиционном доходе страховщика.

В состав страховых резервов по страхованию жизни включаются следующие резервы:

- 1) математический резерв (резерв взносов);
- 2) резерв расходов на обслуживание страховых обязательств;
- 3) резерв выплат по заявленным, но неурегулированным страховым случаям;
- 4) резерв выплат по произошедшим, но не заявленным страховым случаям;
- 5) резерв дополнительных выплат (страховых бонусов);
- 6) выравнивающий резерв.

Обязательными для формирования являются математический резерв и резерв выплат по заявленным, но неурегулированным страховым случаям. Прочие страховые резервы, формируются в зависимости от условий договоров страхования жизни и (или) программ страхования.

Математическим резервом (резервом страховых взносов) называют фонд, образуемый за счет определенной части взносов страхователей и предназ-

чаемый для предстоящих в будущем страховых выплат, выкупных сумм, а также выдачи ссуд под договора страхования жизни^{1/}

Резерв расходов на обслуживание страховых обязательств представляет собой оценку предстоящих расходов страховщика по обслуживанию и исполнению договора страхования жизни, в течение срока действия договора страхования жизни после уплаты единовременной страховой премии или по истечении периода уплаты страховых взносов.

Величина будущих расходов страховщика по обслуживанию договоров страхования для целей расчета страховых резервов должна составлять не менее 0,01 % и не более 0,5 % от расчетной страховой суммы по договору страхования жизни на любую дату расчета страховых резервов, за исключением периода выплаты страховой ренты (аннуитета), в который величина будущих расходов страховщика по обслуживанию договоров страхования жизни должна составлять не менее 0,5 % и не более 3 % от расчетной страховой суммы по договору страхования².

Формирование резерва выплат по заявленным, но неурегулированным страховым случаям осуществляется в целях оценки неисполненных или исполненных не полностью обязательств страховщика по осуществлению страховых выплат по заявленным на отчетную дату страховым случаям или обязательствам, срок исполнения которых на отчетную дату наступил исходя из условий договора страхования жизни, а также при досрочном расторжении договора страхования жизни.

Формирование резерва выплат по произошедшим, но не заявленным страховым случаям осуществляется в целях оценки неисполненных на дату расчета обязательств страховщика по осуществлению страховых выплат в связи со страховыми случаями, произошедшими в отчетном периоде или предшествующих ему периодах, но не заявленными страховщику.

Формирование резерва дополнительных выплат (страховых бонусов) осуществляется в целях оценки обязательств страховщика по причитающимся к уплате страховым бонусам по договорам страхования жизни, предусматривающим участие в инвестиционном доходе страховщика.

Формирование выравнивающего резерва осуществляется в целях оценки дополнительного обеспечения обязательств страховщика в случае дефицита страховых премий (взносов), возникшего в результате применения при расчете страховых резервов более консервативного базиса расчета, чем при расчете страховых премий (взносов).

В основе расчета страховых резервов по страхованию жизни лежит резервный базис, который включает в себя:

- норму доходности, размер которой не может превышать 5 %.

¹ Кагаловская Э.Т., Попова А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни). Практическое пособие. М.: Анкил, 2000

² Порядок формирования страховых резервов по страхованию жизни. (Утв. Приказом Министерства финансов Российской Федерации от 9 апреля 2009 г. № 32н)

– таблицы смертности, заболеваемости, инвалидности (показатели, количественно определяющие величину вероятности рисков, включенных в договор);

– уровень цильмеризации – показатель, позволяющий по договорам страхования с уплатой страховой премии в рассрочку корректировать величину математического резерва с целью учета начальных расходов страховщика на заключение договора страхования. Уровень цильмеризации, определяется как доля разности между актуарной стоимостью поступлений части нетто-премии, рассчитанной с учетом начальных расходов страховщика на заключение договора страхования, и актуарной стоимостью поступлений резервируемой нетто-премии в брутто-премии по договору страхования. Данная величина не может превышать 4 %.

– абсолютную величину или долю будущих расходов страховщика по обслуживанию договоров страхования жизни (будущих расходов на ведение дела), а также долю расходов на осуществление страховых выплат в процентах от страховой суммы.

Поскольку в основе расчета тарифов по страхованию жизни (тарифном базисе) содержатся выше указанные показатели, то значения параметров резервного базиса должны совпадать со значениями параметров тарифного базиса, за исключением случая, когда резервный базис является более консервативным, чем тарифный. Более консервативным резервным базисом считается базис, которому на любую дату расчета соответствует большая величина резервов по договору страхования. Значения параметров резервного базиса выбираются страховщиком таким образом, чтобы обеспечить способность страховщика выполнить обязательства в случае отклонений фактических значений параметров от прогнозируемых или наиболее вероятных.

Страховая организация должна иметь возможность рассчитать страховые резервы на любую календарную дату. Это требование связано с тем, что договор носит долгосрочный характер и в процессе его действия возможны: досрочное расторжение договора, передача или принятие страховщиком страхового портфеля, различные запросы органов надзора.

Рассмотрим, почему в обязательном порядке образуется математический резерв.

Договоры страхования жизни обычно заключаются на несколько лет. Момент поступления взносов не совпадает по времени с выплатой страховой суммы. Поэтому определенный период взносы находятся в распоряжении страхового учреждения. Одна часть их общей суммы используется для текущих расходов, другая направляется в резерв.

Особенности образования математического резерва по каждому договору страхования зависят от видов страховой ответственности, включенных в условия данного договора. В страховании на дожитие в резерв поступает вся сумма взносов-нетто, которая вместе с процентами к концу срока страхования образует страховую сумму. Здесь резерв непрерывно растет и расходуется в момент окончания периода действия договора.

В страховании на случай смерти в первые годы взносы поступают в избытке. Этот избыток направляется в резерв и служит источником выплат страховых сумм в последние годы действия договоров. Резерв здесь необходим потому, что размер взносов устанавливается на одном и том же среднем уровне для всех лет действия договора, тогда как потребность в средствах для выплат страховых сумм в течение срока действия договоров возрастает в соответствии с повышением (в зависимости от возраста) вероятности умереть. Часть взносов первых лет страхования, отложенная в резерв, компенсирует недостаток средств в последние годы страхования.

В страховании пенсий резерв создается в течение времени уплаты взносов и постепенно расходуется на протяжении срока выплаты пенсии.

При единовременном взносе резерв по всем видам страхования образуется с момента его уплаты и служит единственным источником выплат.

Поскольку в страховании жизни точно известны сроки поступления взносов и выплат, страховые учреждения имеют возможность довольно свободно обращаться со своими ресурсами. Сформированные резервы по страхованию жизни являются основной частью инвестиционного портфеля страховой организации. Обычно они держат в неликвидном состоянии всю сумму резерва, за исключением той части, которая может быть взята застрахованными в качестве выкупных сумм и ссуд.

Как было показано выше, в момент заключения договора страхования современные стоимости финансовых обязательств страховщика и страхователя равны между собой. Это означает, что современная стоимость платежей страхователя равна современной стоимости выплат страховщика. Страховые резервы формируются на дату, которая может «далеко находится» от начала договора. Это значит, что договор страхования уже действует в течение определенного периода, например t лет. За это время страхователь частично (а иногда и полностью) погасил сумму подлежащих уплате взносов и тем самым выполнил часть (или полностью) своих финансовых обязательств. В результате в данный момент финансовые обязательства страховщика превышают финансовые обязательства страхователя. Разница между ними и представляет собой математический резерв. Таким образом, резерв предназначается для обеспечения финансовых обязательств страховщика по заключенным договорам страхования жизни, которые ему предстоит еще выполнить в будущем. Таким образом, величина математического резерва на страховую годовщину определяется как разность между актуарной стоимостью страховых выплат по предстоящим страховым случаям и актуарной стоимостью предстоящих поступлений нетто-премии.

Математический резерв рассчитывается отдельно по каждому договору страхования, программе страхования в отношении каждого застрахованного.

В зависимости от условий договора для расчета математического резерва используются следующие годовые величины:

– суммарная величина резервируемых нетто-премий, подлежащая получению страховщиком в течение одного страхового года;

– суммарная величина выплат по страховой ренте, подлежащая получению выгодоприобретателем в течение одного страхового года.

Если на дату расчета математический резерв по договору страхования жизни принимает отрицательное значение, то считается, что он равен нулю. Рассмотрим порядок расчета математического резерва при различных условиях уплаты премий страхователем.

6.2.1. Математический резерв при уплате единовременных взносов по страхованию жизни

Страхование на дожитие. Используем принятые ранее обозначения: возраст застрахованного при заключении договора страхования составлял x лет, срок его действия n лет.

Так как страхователь на момент заключения договора уплатил взнос единовременно, а с момента заключения договора прошло t лет, резерв в конце t -го года страхования равен разности между современной стоимостью финансовых обязательств страховщика на оставшийся срок страхования и современной стоимостью предстоящих платежей страхователя.

Платежи страхователя в данном случае погашены единовременно, и современная стоимость его финансовых обязательств равна нулю.

Современная же стоимость финансовых обязательств страховщика на оставшийся период страхования тождественна современной стоимости финансовых обязательств страховщика и страхователя по новому договору, заключенному на оставшийся период $n-t$ лет, но лицом в возрасте $x+t$ лет. Определить современную стоимость финансовых обязательств страховщика на оставшийся период страхования можно, таким образом, используя формулу для исчисления единовременной нетто-ставки по дожитию для лица в возрасте $x+t$ лет на срок $n-t$ лет.

$${}_{n-t}E_{x+t} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}$$

Математический резерв обозначается символом V . Резерв на конец t -го года по договорам с единовременной уплатой взносов обозначается ${}_tV_{x:n}$. Таким образом

$${}_tV_{x:n} = {}_{n-t}E_{x+t} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \quad (6.1)$$

Сумма резерва ежегодно возрастает и к концу срока страхования достигает размера страховой суммы.

Страхование на случай смерти. Формула для вычисления математического резерва по страхованию на случай смерти выводится точно так же, как по страхованию на дожитие: резерв равен единовременной нетто-ставке по страхованию на случай смерти для лица в возрасте $x+t$ лет, застрахованного на $n-t$ лет.

Единовременная нетто-ставка по страхованию на случай смерти исчисляется по формуле

$${}_n A_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

Следовательно, математический резерв по этому виду страхования равен нетто-ставке на момент времени $x+t$ и может быть исчислен по формуле:

$${}_t {}^1V_{x:n} = {}_{n-t} A_{x+t} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} \quad (6.2)$$

В случае пожизненного страхования на случай смерти, когда срок договора n не определен, резерв определяется по формуле

$${}_t {}^1V_x = A_{x+t} = \frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} \quad (6.2')$$

Смешанное страхование. Единовременная ставка по смешанному страхованию (без ответственности страховщика за утрату трудоспособности) исчисляется по формуле

$${}_t {}^1V_{x:n} = {}_{n-t} \text{Netto}_{x+t} = {}_{n-t} E_{x+t} + {}_{n-t} A_{x+t} = \frac{D_{x+n} + M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} \quad (6.3)$$

6.2.2. Математический резерв при уплате периодических премий по страхованию жизни

Страхование на дожитие. Поскольку математический резерв равен разности между современными стоимостями финансовых обязательств страховщика и страхователя на оставшийся период страхования, нужно определить современные стоимости их взаимных финансовых обязательств.

Современная стоимость финансовых обязательств страховщика на оставшийся срок страхования равна ${}_{n-t} E_{x+t}$ т. е. единовременной нетто-ставке на дожитие по договору страхования лица в возрасте $x+t$ лет, заключенному на срок $n-t$ лет.

Для того чтобы исчислить современную стоимость финансовых обязательств страхователя на оставшийся период страхования, т. е. найти современную стоимость предстоящих ему в течение $n-t$ лет платежей, следует годичный взнос ${}_n E_x^{200}$ умножить на соответствующий коэффициент рассрочки пре- или постнумерандо ${}_{n-t} a_{x+t}$

Таким образом, современная стоимость финансовых обязательств страхователя равна ${}_n E_x^{200} * {}_{n-t} a_{x+t}$

Математический резерв по страхованию на дожитие, следовательно, выразится формулой:

$$\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} * \frac{N_{x+1} - N_{x+t+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} {}_t V_{x.n} = {}_{n-t} E_{x+t} + {}_n E_x^{zod} * {}_{n-t} a_{x+t}$$

В коммутационных числах формула примет вид

– для взносов постнумерандо

$${}_t V_{x.n} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} * \frac{N_{x+1} - N_{x+t+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \quad (6.4)$$

– для взносов пренумерандо

$${}_t V_{x.n} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} * \frac{N_x - N_{x+t}}{N_x - N_{x+n}} \quad (6.4')$$

Математический резерв на протяжении срока страхования непрерывно возрастает, но характер его возрастания совершенно иной по сравнению с договором, предусматривающим единовременную уплату взносов. При единовременной уплате на момент начала договора математический резерв равен всему страховому взносу, внесенному страхователем, а при периодической – только его начальному взносу (и то при премии пренумерандо). К концу договора величина резерва становится равной страховой сумме.

Страхование случай смерти. Современная стоимость финансовых обязательств страховщика в конце t-го года действия договора равна ${}_{n-t} A_{x+t}$ – единовременной нетто-ставке по страхованию на случай смерти для лица в возрасте x+t лет на срок n-t лет. Современная стоимость предстоящих платежей страхователя равна годичной ставке, установленной при заключении договора страхования, умноженной на коэффициент рассрочки ${}_n A_x^{zod} * {}_{n-t} a_{x+t}$. Отсюда математический резерв равен

$${}_t V_{x.n} = {}_{n-t} A_{x+t} - {}_n A_x^{zod} * {}_{n-t} a_{x+t} = {}_{n-t} a_{x+t} ({}_n A_x^{zod} - {}_n A_x)$$

В коммутационных числах формула примет следующий вид

– для взносов постнумерандо

$${}_t V_{x.n} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n}}{D_{x+t}} * \frac{N_{x+t+1} - N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \quad (6.5)$$

– для взносов пренумерандо

$${}_t V_{x.n} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n}}{D_{x+t}} * \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \quad (6.5')$$

Процесс образования и расходования резерва здесь своеобразен. В первой половине срока страхования резерв возрастает, затем уменьшается и к концу срока исчезает. В первые годы действия договоров страхования на случай

смерти взносы поступают в избытке по сравнению с потребностью в выплатах страховых сумм. Этот избыток откладывается в резерв и затем расходуется во второй половине срока страхования, когда взносов недостаточно. Это происходит потому, что смертность застрахованных на протяжении срока страхования растет, а взносы устанавливаются на среднем уровне.

При пожизненном страховании на случай смерти современная стоимость финансовых обязательств страхователя равна современной стоимости оставшейся суммы подлежащих уплате взносов $A_x^{200} * a_{x+t}$. Годичная нетто-ставка умножается на коэффициент рассрочки пост- или пренумерандо в зависимости от условий страхования.

$${}_tV_x = A_{x+t} - A_x^{200} * a_{x+t} = a_{x+t} (A_x^{200} - A_x)$$

В коммутационных числах формула примет вид

$${}_tV_{x:n} = \frac{N_{x+t+1}}{D_x} * \left(\frac{M_{x+t}}{N_{x+t+1}} - \frac{M_{x+t} - N_{x+n}}{N_{x+t+1}} \right)$$

В пожизненном страховании на случай смерти в отличие от страхования на определенный срок резерв непрерывно возрастает.

Резерв по смешанному страхованию жизни. Формула для исчисления резерва взносов по смешанному страхованию жизни при условии годичной уплаты взносов выводится как сумма резервов по страхованию на дожитие и на случай смерти. Характер образования резерва взносов по смешанному страхованию жизни аналогичен характеру образования резерва по страхованию на дожитие. Это и понятно, так как во взносах по договорам смешанного страхования жизни преобладающий удельный вес занимают нетто-ставки на дожитие.

Вопросы для самоконтроля

1. Сущность и виды страховых резервов.
2. Особенности страховых резервов по различным видам страхования.
3. Расчет резервов по видам иным, чем страхование жизни.
4. Особенности расчета резерва незаработанной премии.
5. Алгоритм расчета резерва произошедших, но незаявленных убытков.
6. Особенности расчета резервов для отдельных расчетных групп.
7. Особенности расчета резервов премий по страхованию жизни

Список рекомендуемой литературы

1. Федеральный закон от 26 ноября 1992 г. № 4015-1 «Об организации страхового дела в Российской Федерации».
2. Федеральный закон Российской Федерации от 2 ноября 2013 г. № 293-ФЗ «Об актуарной деятельности в Российской Федерации».
3. Методика расчета страховых тарифов по видам страхования, относящимся к страхованию жизни: Приказ Росстрахнадзора от 28.06.96 г. № 02-02/18. М., 1996.
4. Методики расчета тарифных ставок по рисковым видам страхования: распоряжение федеральной службы РФ по надзору за страховой деятельностью № 02-03-36 от 8 июля 1993 г. 1993.
5. Порядок формирования страховых резервов по страхованию жизни. Приказ Министерства финансов Российской Федерации от 9 апреля 2009 г. № 32н.
6. Приказ Минфина РФ от 11 июня 2002 г. № 51н «Об утверждении Правил формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».
7. Страхование: Учеб. / отв. Ред. Т.А. Федорова. М.: Экономистъ, 2008.
8. Кагаловская Э.Т., Попова А.А. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (финансовые основы страхования жизни). Практическое пособие – М.: Анкил, 2000.
9. Страхование: учеб. пособие / под ред. проф. В.И. Рябикина. – М.: Экономистъ, 2006. – 250 с.
10. Чернова Г.В. Основы экономики страховой организации по рисковым видам страхования. СПб.: Ритер, 2005. – 240 с.
11. Четыркин Е.М. Финансовая математика: Учебник. – 2-е изд., испр. – М.: Дело, 2002.
12. Фалин Г.И. Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. – Издание 2-е, перераб. и дополнен. – М.: Анкил, 2002 г.

Приложения

Приложение 1

Таблица смертности и коммутационных чисел (общая)

<i>Возраст</i>	<i>lx</i>	<i>dx</i>	<i>Dx</i>	<i>Nx</i>	<i>Cx</i>	<i>Mx</i>
0	100000	1821	100000	1297459,49	1686,11	3891,87
1	98179	179	90906,48	1197459,49	153,46	2205,76
2	98000	102	84019,20	1106553,01	80,97	2052,30
3	97898	82	77714,59	1022533,81	60,27	1971,33
4	97816	74	71897,68	949819,22	50,36	1911,05
5	97742	64	66521,56	872921,54	42,22	1860,69
6	97675	60	61551,82	806399,98	35,01	1818,47
7	97615	54	56957,41	744848,16	29,17	1783,46
8	97561	49	52709,17	687890,74	24,51	1754,29
9	97512	44	48780,28	635181,57	20,38	1729,77
10	97468	40	45146,54	586401,29	17,16	1709,39
11	97420	40	41785,20	541254,75	15,88	1692,24
12	97388	44	38674,11	499469,55	16,18	1676,35
13	97344	53	35793,19	460795,44	18,04	1660,18
14	97291	70	33123,80	425002,25	22,07	1642,13
15	97221	92	30648,11	391878,46	26,85	1620,06
16	97129	118	28351,03	361230,34	31,89	1593,21
17	97011	146	26219,06	332879,31	36,54	1561,32
18	96865	173	24240,37	306660,25	40,06	1524,78
19	96892	197	22404,70	282419,88	42,27	1484,70
20	96495	218	20702,83	260015,18	43,31	1442,43
21	96277	235	19125,98	239312,35	43,23	1399,12
22	96042	248	17666,01	220186,37	42,24	1355,90
23	95794	260	16315,18	202520,35	41,00	1313,66
24	95534	272	15,065,65	186205,17	39,72	1272,66
25	95262	285	13909,96	171139,52	38,53	1232,94
26	94977	301	12841,06	157229,56	37,58	1194,41
27	94676	319	11852,19	144388,51	36,98	1156,73
28	94357	339	10937,27	132536,32	36,38	1119,75
29	94018	359	10090,72	121599,05	35,68	1083,27
30	93659	382	9307,58	115508,33	35,15	1047,69
31	93277	406	8582,98	102200,75	34,59	1012,54
32	92871	431	7912,61	93617,77	34,00	977,95
33	92440	459	7292,49	85705,15	33,53	943,95
34	91981	490	6718,78	78412,66	33,14	910,42
35	91491	124	6187,95	71693,88	32,82	877,28
36	90967	161	6696,77	65505,93	32,82	844,46
37	90406	199	5242,26	59809,16	32,16	811,93
38	89807	639	4821,78	54566,90	31,73	779,77
39	89168	680	4432,85	49745,12	31,30	748,00
40	88488	722	4073,19	45312,28	30,77	716,70
41	87756	767	3740,70	41239,09	30,27	685,93
42	86999	817	3433,34	37498,40	29,85	655,66
43	86182	872	3149,16	34065,06	29,50	625,81
44	85310	931	2886,39	30915,89	29,17	596,31
45	84379	994	2643,42	28029,51	28,83	567,14
46	83385	1058	2418,77	25386,09	28,42	538,31
47	82327	1119	2211,19	22967,32	27,83	509,89
48	81208	1174	2019,57	20756,13	27,03	482,06
49	80034	1223	1842,94	18836,56	26,08	455,03

<i>Возраст</i>	<i>lx</i>	<i>dx</i>	<i>Dx</i>	<i>Nx</i>	<i>Cx</i>	<i>Mx</i>
50	78811	1266	1680,35	16893,62	24,99	428,95
51	77545	1306	1530,88	15213,28	23,87	403,6
52	76239	1345	1393,61	13682,39	22,76	380,09
53	74894	1388	1267,62	12288,78	21,75	357,32
54	73506	1434	1151,97	11021,16	20,81	335,57
55	72072	1482	1045,83	9869,20	19,91	314,76
56	70590	1530	948,45	8823,37	19,03	294,85
57	69060	1574	859,16	7874,92	18,13	275,81
58	67486	1613	777,38	7015,77	17,20	257,68
59	65873	1647	702,60	6238,38	16,27	240,48
60	64226	1680	634,29	5535,79	15,36	224,21
61	62546	1718	571,94	4901,50	14,55	208,85
62	60828	1761	515,03	4329,56	13,81	194,30
63	59067	1810	463,07	3814,53	13,14	180,50
64	57257	1863	415,63	3351,46	12,52	167,36
65	55394	1918	372,32	2935,83	11,94	154,84
66	53476	1975	332,81	2563,51	11,38	142,90
67	51501	2031	296,77	2237,70	10,84	131,52
68	49470	2087	263,93	1933,93	10,31	120,68
69	47383	2141	234,09	1669,97	9,79	110,37
70	45242	2193	206,96	1435,88	9,29	100,58
71	43049	2242	182,34	1228,93	8,79	91,29
72	40807	2286	160,04	1046,59	8,30	82,50
73	38521	2323	139,88	886,55	7,81	74,20
74	36198	2353	121,71	746,67	7,83	66,38
75	33845	2372	105,37	624,96	6,84	59,06
76	31473	2382	90,73	519,59	6,36	52,22
77	29091	2379	77,65	428,86	5,88	45,86
78	26712	2362	66,02	351,22	5,41	39,98
79	24350	2329	55,72	285,20	4,93	34,58
80	22021	2279	46,66	229,48	4,47	29,64
81	19742	2212	48,73	182,82	4,02	25,17
82	17530	2127	31,84	144,09	3,58	21,15
83	15403	2025	25,91	112,24	3,15	17,58
84	13379	1905	20,84	86,33	2,75	14,42
85	11473	1770	16,54	65,50	2,36	11,68
86	9703	1621	12,96	48,95	2,00	9,31
87	8082	1462	9,99	36,00	1,67	7,31
88	6602	1296	7,58	26,01	1,37	5,64
89	5324	1128	5,64	18,43	1,11	4,26
90	4196	961	4,12	12,79	0,87	3,15
91	3235	801	2,94	8,67	0,67	2,28
92	2434	651	2,05	5,73	0,51	1,61
93	1783	515	1,39	3,68	0,37	1,10
94	1268	394	0,91	2,29	0,26	0,73
95	874	293	0,58	1,38	0,18	0,47
96	581	209	0,36	0,79	0,12	0,28
97	372	144	0,21	0,43	0,08	0,16
98	228	95	0,12	0,22	0,05	0,09
99	133	59	0,07	0,10	0,03	0,04
100	74	35	0,03	0,03	0,01	0,01

Приложение 2

Функция стандартного нормального распределения

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Приложение 3

Таблицы для расчета резервов по страхованию иному,
чем страхование жизни (рисковые виды)

Таблица 1

Расчет базовой страховой премии

Договор	Страховая брутто-премия	Вознагражде- ние	Отчисления, пре- дусмотренные за- конодательством	Базовая страхования премия
1				
..				
..				
..				
N				

Таблица 2

Расчет РНП методом «pro rata temporis»

Договор	Базовая страхования премия	Срок дейст- вия договора, дней	Число дней с на- чала действия до- говора по отчет- ную дату	Неистекший срок действия догово- ра на отчетную дату	РНП
1.					
2.					
..					
..					
N-1					
N					
Итого по группе					

Таблица 2 (а)

Расчет РНП методом 1/24

Договор	Базовая страхования премия	Срок дейст- вия договора, дней	Число дней с на- чала действия до- говора по отчет- ную дату	Неистекший срок действия договора на от- четную дату	РНП
1.					
2.					
..					
..					
N-1					
N					
Итого по группе					

Таблица 2(б)

Расчет РНП методом 1/8

Договор	Базовая страховая премия	Срок действия договора, дней	Число дней с начала действия договора по отчетную дату	Неистекший срок действия договора на отчетную дату	РНП
1.					
2.					
..					
..					
N-1					
N					
Итого по группе					

Таблица 3

Расчет резерва заявленных, но неурегулированных убытков

Квартал наступления страховых случаев и (или) досрочного прекращения договоров	Код строки	Сумма заявленных, но неурегулированных убытков на отчетную дату	Сумма страховых премий, подлежащих на отчетную дату возврату страхователям в связи с досрочным прекращением договоров	Расходы по урегулированию убытков	РЗУ
Квартал 1	01				
..	02				
..	03				
Квартал N-1	04				
Квартал N	05				
Квартал, заканчивающийся отчетной датой	06				
ИТОГО					

Таблица 4

Расчет заработанной страховой премии для расчета РЗНУ

Квартал наступления убытков	Код стр.	Страховая брутто-премия	РНП на начало квартала	РНП на конец квартала	Заработанная страховая премия (гр. 3 + гр. 4-5)

Расчет финансового результата, заработанной страховой премии
и коэффициента состоявшихся убытков

Наименование показателя	Код стр.	Сумма
Страховая брутто-премия, начисленная в отчетном периоде	01	
Перестраховочная премия, начисленная в отчетном периоде по договорам, переданным в перестрахование	02	
Отчисления от страховой брутто-премии в случаях, предусмотренных действующим законодательством, за отчетный период	03	
РНП на начало отчетного периода	04	
Доля перестраховщиков в РНП на начало отчетного периода	05	
РНП на конец отчетного периода	06	
Доля перестраховщиков в РНП на конец отчетного периода	07	
РЗУ на начало отчетного периода	08	
Доля перестраховщиков в РЗУ на начало отчетного периода	09	
РЗУ на конец отчетного периода		
всего	10	
по страховым случаям, произошедшим за отчетный период	11	
Доля перестраховщиков в РЗУ на конец отчетного периода		
всего	12	
по страховым случаям, произошедшим за отчетный период	13	
РПНУ на начало отчетного периода	14	
Доля перестраховщиков в РПНУ на начало отчетного периода	15	
РПНУ на конец отчетного периода		
всего	16	
По страховым случаям, произошедшим за отчетный период	17	
Доля перестраховщиков в РПНУ на конец отчетного периода		
всего	18	
По страховым случаям, произошедшим за отчетный период	19	
Страховые выплаты, произведенные за отчетный период		
всего	20	
По страховым случаям, произошедшим за отчетный период	21	
Доля перестраховщиков в страховых выплатах, произведенных за отчетный период		
всего	22	
По страховым случаям, произошедшим за отчетный период	23	
Страховые премии, взносы, возвращенные страхователям за отчетный период в связи с досрочным прекращением договоров	24	
Доля перестраховщиков в страховых премиях, возвращенных страхователям за отчетный период в связи с досрочным прекращением договоров	25	
Расходы по ведению страховых операций, произведенные за отчетный период		
всего	26	
в том числе		
Затраты по заключению договоров	27	
Расходы по урегулированию убытков	28	
Вознаграждения и тантьемы по договорам, принятым в перестрахование	29	
Вознаграждения и тантьемы, начисленные за отчетный период, по договорам, переданным в перестрахование	30	
Финансовый результат	31	
Заработанная страховая премия – нетто-перестрахование	32	
Коэффициент состоявшихся убытков за отчетный период	33	

Таблица 6

Расчет стабилизационного резерва по учетным группам 6, 7, 10, 12, 14, 15

Наименование показателя	Код стр.	Сумма
Финансовый результат	01	
Стабилизационный резерв на начало отчетного периода	02	
Предельный размер стабилизационного резерва	03	
Увеличение/уменьшение стабилизационного резерва	04	
Промежуточный итог (стр. 2 + стр. 4)	05	
Стабилизационный резерв	06	

Таблица 7

Расчет средней величины коэффициента состоявшихся убытков
и оценки среднеквадратического отклонения для целей расчета
стабилизационного резерва по учетным группам 1–5, 8, 9, 11, 13, 16–19

Наименование показателя	Код стр.	Величина	Отклонение от среднего значения, $k(i) - \bar{k}$	Квадрат отклонения от среднего значения, $[k(i) - \bar{k}]^2$
Коэффициент состоявшихся убытков за первый финансовый год, предшествующий отчетному периоду, $k(1)$	01			
Коэффициент состоявшихся убытков за второй финансовый год, предшествующий отчетному периоду, $k(2)$	02			
...
Коэффициент состоявшихся убытков за М-ый финансовый год, предшествующий отчетному периоду, $k(M)$	М			
Средняя величина коэффициента состоявшихся убытков, \bar{K}	(M+1)		х	х
Оценка квадратического отклонения значений коэффициента состоявшихся убытков, S_k	(M+2)		х	х

Таблица 9

Расчет стабилизационного резерва по учетным группам 1–5, 8, 9, 11, 13, 16–19

Наименование показателя	Код стр.	Величина
Заработанная страховая премия	01	
Стабилизационный резерв на начало отчетного периода	02	
Предельный размер стабилизационного резерва	03	
Коэффициент состоявшихся убытков за отчетный период, K	04	
Средняя величина коэффициента состоявшихся убытков, K^-	05	
Увеличение/уменьшение стабилизационного резерва	06	
Промежуточный итог (стр. 2 + стр. 4)	07	
Стабилизационный резерв	08	

Учебное издание

Хитрова Елена Михайловна

АКТУАРНЫЕ РАСЧЕТЫ В СТРАХОВАНИИ

Учебное пособие

Издается в авторской редакции

Технический редактор
А.С. Ларионова

ИД № 06318 от 26.11.01.

Подписано в печать 01.12.15. Формат 60x90 1/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 7,4. Тираж 100 экз.

Издательство Байкальского государственного университета.
664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11.